

УДК 3.624.012 539

МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ В СИСТЕМІ MATHCAD ДЛЯ МОСТОВОЇ ОПОРИ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ

М.І. ІГНАТИШИН

Мукачівський технологічний інститут

Змодельовано деформацію мостової опори методом скінчених елементів в системі Mathcad. Розроблено програму за допомогою якої можна побудувати графіки лінійного переміщення та нормального напруження. Отримані результати дослідження носять прикладний характер так як дану розробку можна використовувати в навчальному процесі при вивченні метода скінчених елементів, програмування в системі Mathcad, а також спеціалістами при моделюванні деформації елементів мостових конструкцій.

Метод скінчених елементів (МСЕ) є одним з найбільш ефективних числових методів розв'язку крайових задач. На теперішній час вийшли в світ десятки тисяч публікацій по МСЕ. Також присвячено велику кількість монографій вчених: Галлагера [1], Аргириса [2], Васидзу [3], Митчела і Уета, Одена і ін.

Питанням обґрунтування метода скінчених елементів присвячені роботи [4,5,6].

Більш складним є питання оцінки точності отриманих результатів. Чітких практичних рекомендацій по цьому питанню немає. Для наближеної оцінки рекомендується виконати декілька розрахунків з поступовим зменшенням розмірів скінчених елементів (по аналогії з методом, запропонованим С.П.Тимошенко, при розв'язуванні задач стійкості енергетичним методом).

В [7] запропоновано розрахувати матрицю жорсткості елемента конструкції, враховуючи змінність поперечного перерізу, але елемент конструкції представлено одним скінченим елементом.

Об'єкти та методи дослідження

Метою нашого дослідження є розглянути та порівняти два випадки застосування метода скінчених елементів, а саме, представлення елемента конструкції одним скінченим елементом змінного перерізу та представлення цього елемента як N скінчених елементів.

Розрахунки стосуються конструктивного елемента мостів.

Автомобільні мости - велика частка національного здобутку України. Стан даної галузі в країні в значній мірі залежить від вивчення її і узагальнення науковцями з метою надання практичних рекомендацій виробникам.

Завданням нашого дослідження є отримати матрицю жорсткості, функцію переміщення та нормального напруження для мостової опори в обох згаданих випадках. Отримані результати математично змоделювати в системі MATHCAD розробивши відповідні програми для об'єкта дослідження, - мостової опори.

Предметом дослідження є математичні моделі деформацій та напружень в перерізі опори.

Результати дослідження

Розглянемо мостову опору в формі зрізаного конуса. Осьовий переріз є трапеція. Нижня основа конуса має площу F_1 , а верхня – F_2 . Висота конуса – H , Рис.1. Знайдемо функціональну залежність площі перерізу $F(x)$ зрізаного конуса від його висоти x над основою F_1 .

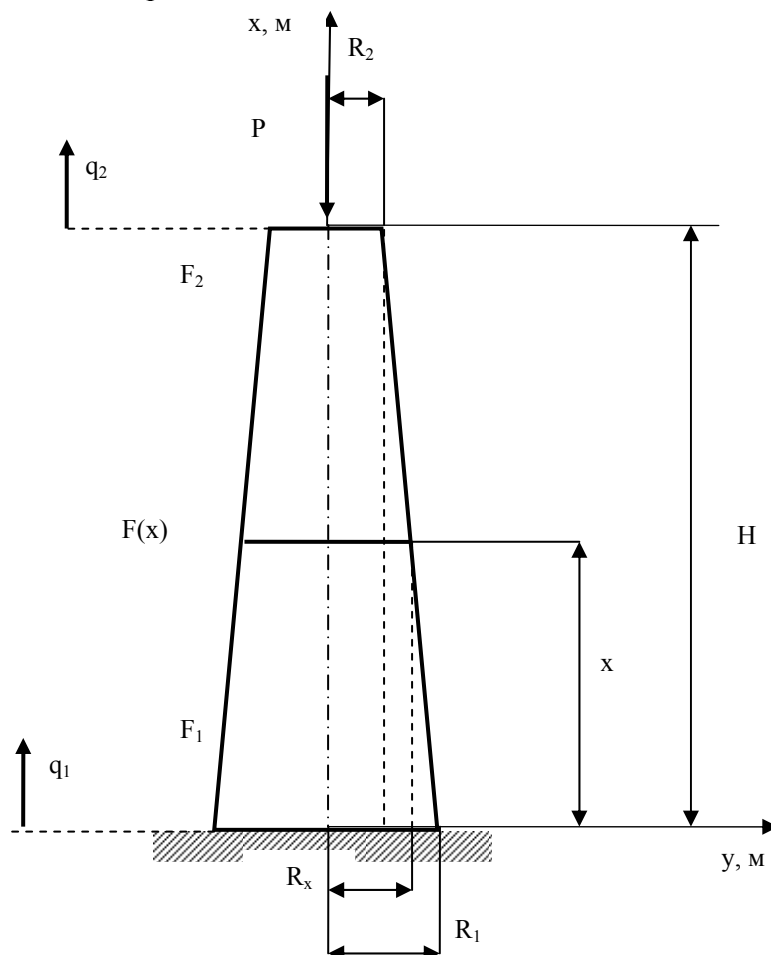


Рис.1. Мостова опора, зрізаний конус, нижня основа конуса має площу F_1 , верхня – F_2 , висота конуса – H , площа перерізу – $F(x)$, висота перерізу x над основою F_1 , степені свободи q_1 , q_2 , сила, що діє на опору P

З рис. 1 маємо:

$$\frac{R_1 - R_2}{H} = \frac{R_1 - R_x}{x} \quad (1)$$

Далі одержимо:

$$\frac{R_x}{R_1} = 1 - \frac{1 - \frac{R_2}{R_1}}{H} \cdot x \quad \text{або} \quad \sqrt{\frac{F(x)}{F_1}} = 1 - \frac{1 - \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}}{H} \cdot x \quad (2)$$

Отже функціональна залежність площі перерізу $F(x)$ зрізаного конуса від його висоти x над основою F_1 :

$$F(x) = F_1 \cdot \left(1 - \frac{1 - \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}}{H} \cdot x \right)^2 \quad (3)$$

Для подальших міркувань важливим є саме функція $F(x)$. Кожній формі опори відповідає певна функція залежності площі перерізу від x .

Розглянемо опору як скінчений елемент з степенями свободи q_1 , q_2 та переміщенням напрямленим вздовж осі x – сів

$$u(x) = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x \quad (4)$$

Знаходимо α_1 та α_2 з умов на кінцях опори:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & H \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Переміщення виражені через степені свободи:

$$u(x, q_1, q_2) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 1 & H \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \left(1 - \frac{x}{H} \right) \cdot q_1 + \frac{x}{H} \cdot q_2. \quad (6)$$

де

$$1 - \frac{x}{H} = f_1 \quad \text{та} \quad \frac{x}{H} = f_2 \quad \text{- координатні функції} \quad (7)$$

Матриця жорсткості опори:

$$K = E \cdot \begin{bmatrix} \int_0^H F(x) \cdot \frac{du(x,1,0)}{dx} \cdot \frac{du(x,1,0)}{dx} & \int_0^H F(x) \cdot \frac{du(x,1,0)}{dx} \cdot \frac{du(x,0,1)}{dx} \\ \int_0^H F(x) \cdot \frac{du(x,0,1)}{dx} \cdot \frac{du(x,1,0)}{dx} & \int_0^H F(x) \cdot \frac{du(x,0,1)}{dx} \cdot \frac{du(x,0,1)}{dx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Елементи матриці жорсткості

$$\begin{aligned}
 K_{11} &= E \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \cdot \frac{F_2}{H \cdot \left(\sqrt{\frac{F_2}{F_1}} - 1 \right)} - \frac{1}{3} \cdot \frac{F_1}{H \cdot \left(\sqrt{\frac{F_2}{F_1}} - 1 \right)} \right] \\
 K_{12} &= E \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \cdot \frac{F_2}{H \cdot \left(\sqrt{\frac{F_2}{F_1}} - 1 \right)} + \frac{1}{3} \cdot \frac{F_1}{H \cdot \left(\sqrt{\frac{F_2}{F_1}} - 1 \right)} \right] \\
 K_{21} &= E \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \cdot \frac{F_2}{H \cdot \left(\sqrt{\frac{F_2}{F_1}} - 1 \right)} + \frac{1}{3} \cdot \frac{F_1}{H \cdot \left(\sqrt{\frac{F_2}{F_1}} - 1 \right)} \right] \\
 K_{22} &= E \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \cdot \frac{F_2}{H \cdot \left(\sqrt{\frac{F_2}{F_1}} - 1 \right)} - \frac{1}{3} \cdot \frac{F_1}{H \cdot \left(\sqrt{\frac{F_2}{F_1}} - 1 \right)} \right]
 \end{aligned} \tag{9}$$

Згрупуємо степені свободи, що відповідають закріпленим зв'язкам (в даному випадку це один зв'язок опори з фундаментом q_1) і рівняння жорсткості розіб'ємо на блоки:

$$\begin{pmatrix} P_s \\ P_f \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sf} \\ K_{fs} & K_{ff} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_s \\ q_f \end{pmatrix} \tag{10}$$

$$(P_f) = [K_{ff}] \cdot (q_f), \quad (P_s) = [K_{sf}] \cdot (q_f) \tag{11}$$

Оскільки $q_s = q_1 = 0$ то розв'язок системи (10) буде:

$$q = K_{ff}^{-1} \cdot P_f, \quad P_s = K_{fs} \cdot q_2 \tag{12}$$

де

$$[K_{ff}] = K_{22}, \quad [K_{sf}] = K_{12}, \quad P_f = \begin{pmatrix} 0 \\ P \end{pmatrix}. \tag{13}$$

Програма розрахунку мостової опори в формі зрізаного конуса методом одного скінченного елемента в системі MathCAD 2001 Professional

1) Вихідні дані.

$E = 1.764 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$ - модуль Юнга, $H = 5 \text{ m}$ - висота опори, $F_1 = 5 \text{ m}^2$ - площа

нижнього поперечного перерізу.

$F_2 = 4.9 \text{ m}^2$ - площа верхнього поперечного перерізу. $F(x) = F_1 \cdot 1 - \frac{1}{H} \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} x^2$ -

площа поперечного перерізу на висоті x . Величина навантаження: $P = 2 \cdot 10^6 \text{ N}$

2) Розрахунок.

Скінчений елемент.

$u(x) = u_1 + u_2 x$ - переміщення напрямлене вздовж осі опори, скінченного елемента,

q_1, q_2 - степені свободи опори. Знаходимо q_1 та q_2 з умови на кінцях опори:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \text{ m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}, \text{ отже}$$

$$u(x | q_1, q_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 1 & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 1 & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \text{ m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$$

Матриця жорсткості:

$$K = E \begin{pmatrix} H & 0 \\ 0 & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F(x) \frac{d}{dx} u(x | 1, 0) & F(x) \frac{d}{dx} u(x | 1, 0) \\ F(x) \frac{d}{dx} u(x | 0, 1) & F(x) \frac{d}{dx} u(x | 0, 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Позначення: $K_{ff} = K_2$, $K_{sf} = K_1$, $P_f = 0$, $q = K_{ff}^{-1} P_f$, $P_s = K_{sf} q_2$.

3) Результат розрахунку:

- Лінійні переміщення вузлів: $q_1 = 1.145 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, $q_2 = \dots$
- Реакція опори: $P_s = 2 \cdot 10^6 \text{ N}$.
- Графіки лінійного переміщення - $u(x)$, та нормального напруження - $\sigma(x)$:

$$u(x) = u(x | q_1, q_2), \quad \sigma(x) = E \frac{d}{dx} u(x)$$

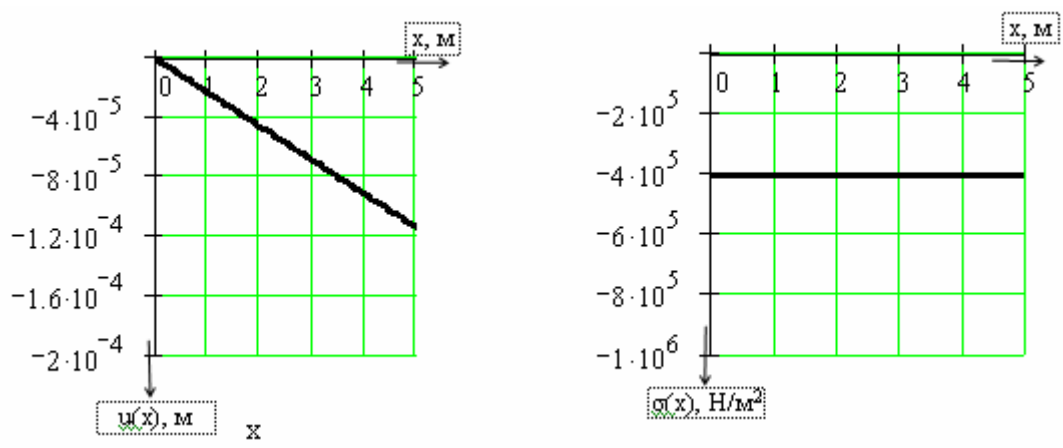


Рис. 2. Графіки лінійного переміщення - $u(x)$, та нормального напруження - $\sigma(x)$

Метод N скінченних елементів в формі зрізаних конусів.

Розіб'ємо мостову опору рис.1 на N скінченних елементів, зрізаних конусів висоти H/N . Переміщення виражені через степені свободи цих елементів будуть

$$u(x, q_n, q_{n+1}) = \begin{pmatrix} 1 & x \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{H}{N} \cdot (n-1) \\ 1 & \frac{H}{N} \cdot n \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} q_n \\ q_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n - \frac{x}{H} \\ \frac{x}{H} \end{pmatrix} \cdot q_n + \begin{pmatrix} 1 + \frac{x}{H} - n \\ -\frac{x}{H} \end{pmatrix} \cdot q_{n+1}. \quad (14)$$

де n - порядковий номер скінченного елемента, якщо рахувати знизу, рис.1,

$$n - \frac{x}{H} = f_n \text{ та } 1 + \frac{x}{H} - n = f_{n+1} - \text{координатні функції.} \quad (15)$$

Врахуємо, що

$$\frac{du(x, q_n, q_{n+1})}{dx} = -\frac{1}{H} \cdot q_n + \frac{1}{H} \cdot q_{n+1} \quad (16)$$

Одержимо матрицю жорсткості n - го скінченного елемента опори:

$$K_n = E \cdot \begin{bmatrix} \int_{H \cdot (n-1)}^{H \cdot n} F(x) \cdot \frac{du(x,1,0)}{dx} \cdot \frac{du(x,1,0)}{dx} & \int_{H \cdot (n-1)}^{H \cdot n} F(x) \cdot \frac{du(x,1,0)}{dx} \cdot \frac{du(x,0,1)}{dx} \\ \int_{H \cdot (n-1)}^{H \cdot n} F(x) \cdot \frac{du(x,0,1)}{dx} \cdot \frac{du(x,1,0)}{dx} & \int_{H \cdot (n-1)}^{H \cdot n} F(x) \cdot \frac{du(x,0,1)}{dx} \cdot \frac{du(x,0,1)}{dx} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} Kn_{11} & Kn_{12} \\ Kn_{21} & Kn_{22} \end{pmatrix} \quad (17)$$

Елементи матриці жорсткості \mathbf{n} - го скінченного елемента:

$$K_{n_{11}} = \left[N - (2 \cdot n - 1) \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \right) + \frac{3 \cdot (n-1) \cdot n + 1}{3} \cdot \frac{\left(1 - \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \right)^2}{N} \right] \cdot F_1 \cdot \frac{E}{H} \quad (18)$$

$$K_{n_{12}} = - \left[N - (2 \cdot n - 1) \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \right) + \frac{3 \cdot (n-1) \cdot n + 1}{3} \cdot \frac{\left(1 - \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \right)^2}{N} \right] \cdot F_1 \cdot \frac{E}{H} \quad (19)$$

$$K_{n_{21}} = - \left[N - (2 \cdot n - 1) \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \right) + \frac{3 \cdot (n-1) \cdot n + 1}{3} \cdot \frac{\left(1 - \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \right)^2}{N} \right] \cdot F_1 \cdot \frac{E}{H} \quad (20)$$

$$K_{n_{22}} = \left[N - (2 \cdot n - 1) \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \right) + \frac{3 \cdot (n-1) \cdot n + 1}{3} \cdot \frac{\left(1 - \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \right)^2}{N} \right] \cdot F_1 \cdot \frac{E}{H} \quad (21)$$

Глобальна незв'язна матриця жорсткості, має $2\mathbf{N}$ рядків та $2\mathbf{N}$ стовпчиків:

$$K_e = \begin{bmatrix} K_{1_{11}} & K_{1_{12}} & - & 0 & 0 & - & 0 & 0 \\ K_{1_{21}} & K_{1_{22}} & - & 0 & 0 & - & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & - & K_{n_{11}} & K_{n_{12}} & - & 0 & 0 \\ 0 & 0 & - & K_{n_{21}} & K_{n_{22}} & - & 0 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 0 & - & 0 & 0 & - & KN_{11} & KN_{12} \\ 0 & 0 & - & 0 & 0 & - & KN_{21} & KN_{22} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Глобальна кінематична матриця, має $2\mathbf{N}$ рядків та $\mathbf{N}+1$ стовпчиків:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Глобальна зв'язна матриця жорсткості квадратна, має $N+1$ рядків та $N+1$ стовпчиків і знаходиться за формулою:

$$Kh = A^T \cdot Ke \cdot A, \quad Kh = \begin{bmatrix} K1_{11} & K1_{12} & 0 & 0 \\ K1_{21} & K1_{22} + Kn_{11} & Kn_{12} & 0 \\ 0 & Kn_{21} & Kn_{22} + KN_{11} & Kn_{12} \\ 0 & 0 & KN_{21} & KN_{22} \end{bmatrix} \quad (24)$$

де A^T – матриця транспонована до A .

Для знаходження переміщення степенів свободи q_i , реакції опори P_s , скористаємось співвідношеннями (10) – (13), врахувавши, що $q_s = q_1 = 0$ і

$$[K_{ff}] = \begin{bmatrix} K1_{22} + Kn_{11} & Kn_{12} & 0 \\ Kn_{21} & Kn_{22} + KN_{11} & Kn_{12} \\ 0 & KN_{21} & KN_{22} \end{bmatrix}, \quad [K_{sf}] = [K1_{12} \ 0 \ 0], \quad (25)$$

$$\{P_f\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P \end{Bmatrix}$$

Програма розрахунку мостової опори в формі зрізаного конуса методом N скінченних елементів в формі зрізаних конусів в системі MathCAD 2001 Professional

1) Вихідні дані.

$E = 1.764 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$ -модуль Юнга, $H = 5 \text{ м}$ -висота опори, $F1 = 5 \text{ м}^2$ -площа нижнього

поперечногоперерізу, $F2 = 0.5 \text{ м}^2$ -площа верхнього поперечного перерізу.

$F(x) = F1 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{\frac{F2}{F1}}}{H} x\right)^2$ - площа поперечного перерізу на висоті x . Величина

навантаження: $P = 2 \cdot 10^6 \text{ N}$, $N = 50$, -кількість скінченних елементів.

2) Розрахунок.

Глобальна кінематична матриця.

$$k = 1 \dots 2N - \text{рядки, } l = 1 \dots N - 1 - \text{стовпчики, } A_{k,l} = \begin{cases} 1 & \text{if } k = 2l - 1 \text{ or } k = 2l \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Глобальна незв'язна матриця жорсткості.

$i = 1 \dots 2N$ - рядки, $j = 1 \dots 2N$ - стовпчики,

$$Ke_{1,j} = \frac{N - 2 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 - 1}{3} \sqrt{\frac{F2}{F1}} \frac{3 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 - 1}{3} \frac{\sqrt{F2}}{N} F1 \frac{E}{H}$$

$$Ke_{2,j} = \frac{N - 2 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 - 1}{3} \sqrt{\frac{F2}{F1}} \frac{3 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 - 1}{3} \frac{\sqrt{F2}}{N} F1 \frac{E}{H}$$

$$Ke_{3,j} = \frac{N - 2 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 - 1}{3} \sqrt{\frac{F2}{F1}} \frac{3 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 - 1}{3} \frac{\sqrt{F2}}{N} F1 \frac{E}{H}$$

$$Ke_{4,j} = \frac{N - 2 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 - 1}{3} \sqrt{\frac{F2}{F1}} \frac{3 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 \operatorname{trunc} \frac{i-j-1}{4} - 1 - 1 - 1}{3} \frac{\sqrt{F2}}{N} F1 \frac{E}{H}$$

$$Ke_{i,j} = \begin{cases} Ke_{1,j} & \text{if } i=j \text{ mod}(i-1, 2) = 0 \text{ mod}(j-1, 2) = 0 \\ Ke_{2,j} & \text{if } i=j-1 \text{ mod}(i-1, 2) = 0 \text{ mod}(j, 2) = 0 \\ Ke_{3,j} & \text{if } i-1=j \text{ mod}(i, 2) = 0 \text{ mod}(j-1, 2) = 0 \\ Ke_{4,j} & \text{if } i=j \text{ mod}(i, 2) = 0 \text{ mod}(j, 2) = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Глобальна зв'язна матриця жорсткості:

$$K_h = A^T K_e A, K_{ff} = \text{submatrix}(K_h, 2N - 1, 2N - 1),$$

$$K_{sf} = \text{submatrix}(K_h, 1, 1, 2N - 1), n = 1 \dots N, P_{f_n} = \begin{cases} P & \text{if } n = N - M1 - 0, M2 = K_{ff}^{-1} P_f \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases},$$

$$U = \text{stack}(M1, M2), P_s = K_{sf} K_{ff}^{-1} P_f.$$

3) Результат розрахунку:

- Реакція опори $P_s = 2 \cdot 10^6 \text{ N}$

Графіки лінійного переміщення - $u(x)$ та нормального напруження - $\sigma(x)$:

$u(x)$ for $n = 1 \dots N$

$$u_n = \frac{x}{H} U_n \quad u_{n-1} = \frac{x}{H} U_{n-1} \quad \text{if } \frac{H}{N} (n-1) \leq x < \frac{H}{N} n$$

$\sigma(x)$ for $n = 1 \dots N$

$$E \frac{d}{dx} u_n = \frac{x}{H} U_n \quad \sigma_{n-1} = \frac{x}{H} U_{n-1} \quad \text{if } \frac{H}{N} (n-1) \leq x < \frac{H}{N} n$$

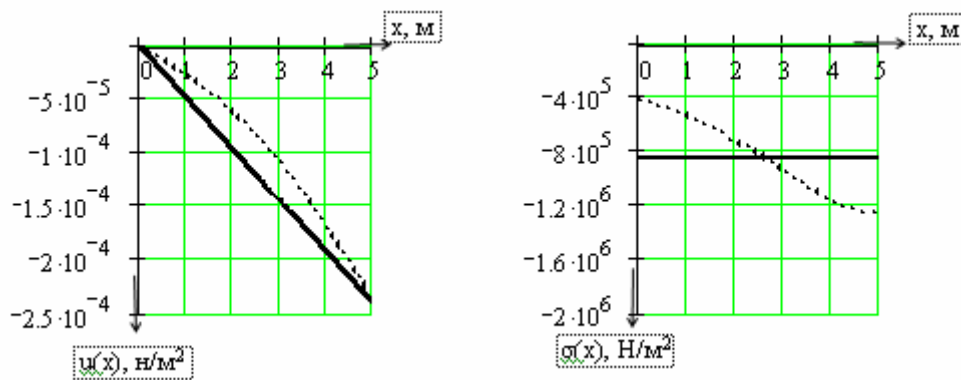


Рис. 3. Графіки лінійного переміщення - $u(x)$, та нормального напруження - $\sigma(x)$
Суцільна лінія відповідає розрахунку за методом одного скінченного елемента
Пунктирна – за методом $N = 50$ скінчених елементів

Висновки

Порівнявши два випадки застосування метода скінчених елементів, а саме, представивши мостову опору одним скінченим елементом змінного перерізу та представивши опору як N скінчених елементів ми бачимо, що графіки лінійного переміщення та нормального напруження відрізняються. Точніше, деформацію опори описує модель, яка складається з більшої кількості елементів. Метод одного скінченного елемента дає графік лінійного переміщення в виді прямої лінії, а для опори змінного перерізу залежність переміщення від координати є нелінійною, - це видно з графіка переміщення отриманого методом N скінчених елементів. Графік нормального напруження для опори змінного перерізу, отриманий методом N скінчених елементів, також є нелінійним. Метод одного скінченного елемента дає неправильний результат, - нормальне напруження незмінне. Метод одного скінченного елемента можна застосовувати тільки в тому випадку, коли відносна зміна перерізу незначна.

Слід відмітити, що в обох згаданих випадках отримано матрицю жорсткості, функцію переміщення та нормального напруження для мостової опори. Отримані

результати математично змодельовано в системі MATHCAD. Розроблено відповідні програми для об'єкта дослідження - мостової опори.

Результати отриманого дослідження носять прикладний характер, і вище наведена трансформація метода скінченних елементів в програмний продукт системи Mathcad може бути застосована при вивченні метода скінченних елементів та поглибленого вивчення системи Mathcad.

Розроблений програмний продукт має перспективу подальшого розвитку, може використовуватись науковцями та спеціалістами для розрахунку реальних мостових опор, математиками-програмістами при створенні спеціальних програмних систем, що реалізують метод скінченних елементів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984, 428 с.
2. Аргирис Дж. Современные достижения в методах расчета конструкций с применением матриц./ Под ред. А.Ф.Смирнова: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр.лит. 1968. 240 с.
3. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир. 1987. 542 с.
4. De Veubeke B.F. Displacement and Equilibrium Models in the Finite Element Method. Stress Analysis, London-New York – Sydney, John Wiley and Sons LTD, 1965/
5. Besseling J.F. The complete analogy between the matrix equations and the continuous field equations of structural analysis. Presses Academiques. Europeennes – Bruxelles, 1964.
6. Корнеев В.Г. Сопоставление метода конечных элементов с вариационно-разностным методом решения задач теории упругости. Известия ВНИИГ им. Б.Е.Веденеева, Т.83.М., «Энергия», 1967.

УДК 687:658.012.011.56=83

ОСОБЛИВОСТІ ПРОГРАМНОЇ АДАПТАЦІЇ ПРОЦЕСУ КОНСТРУЮВАННЯ ОДЯГУ НА БАЗІ ДОДАТКУ AUTOLISP - «КОНСТРУКТОР»

В.В. ГЕРАСИМОВ к.ф.-м.н., Д.С. ЗЯБЛОВСЬКА
Мукачівський технологічний інститут

Розглядаються можливості використання графічного редактора AutoCAD, який на сьогоднішній день є головною системою автоматизованого проектування загального призначення, для рішення спеціалізованих задач швейної промисловості. Результатом адаптації пакету AutoCAD стала розробка програмного додатку AutoLISP-“Конструктор”, яка ґрунтується на загальних принципах побудови САПР та на алгоритмі побудови основи конструкції та базової основи. На основі аналізу