поперечного перерізу $F_1=F_2$, а довжини $L_1+L_2 = L-L_3$ причому $L_1\neq0$ $L_2\neq0$ і L – повна довжина опори. Якщо опора одноелементна то модуль Юнга $E_1=E_2= E_3$, площа поперечного перерізу $F_1=F_2= F_3$, а довжини $L_1+L_2+ L_3 = L$ причому $L_1\neq0$, $L_2\neq0$, $L_3\neq0$ і L – повна довжина опори.

Змодельовано деформацію трьохелементної мостової опори методом скінчених елементів в системі Mathcad. Побудовано графіки лінійного переміщення u(x), нормального напруження σ(x), сили, що діє в перерізі σ(x)·F(x), розраховано лінійні переміщення вузлів, реакції скінчених елементів, реакцію опори.

ЛІТЕРАТУРА

1. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984, 428 с.
2. Аргирис Дж. Современные достижения в методах расчета конструкций с применением матриц./ Под ред. А.Ф.Смирнова: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр.лит. 1968. 240 с.
3. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М.: Мир. 1987 . 542 с.
4. Дьяконов В. Mathcad 2000: учебный курс- СПб: Питер, 2000. – 592 с,
5. Варвак П.М., Бузун И.М., Городецкий А.С., Пискунов В.Г., Толокнов Ю.Н. Метод конечных элементов, Киев, «Вища школа», 1981 г.

УДК 519.624.3

ДВОСТОРОННІЙ МЕТОД НАБЛИЖЕНОГО ІНТЕГРУВАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ З ПАРАМЕТРОМ У КРАЙОВИХ УМОВАХ

О.Ю.ПИТЬОВКА
Мукачівський технологічний інститут

В роботі за допомогою двостороннього методу досліджується крайова задача з параметрами в крайових умовах для квазілінійного диференціального рівняння другого порядку.

В сучасному математичному аналізі і моделюванні важливу роль займає розробка і розвиток конструктивних методів. Незважаючи на те, що дослідження в цій області нараховують всього декілька десятиліть, клас конструктивних методів привертає до себе все більшу увагу.

На даний час навіть не має чіткого визначення, яке б строго обмежувало клас конструктивних методів, але цей термін стає все більш поширеним. Природно вважати, що це є методи побудови розв’язків різного класу рівнянь та дослідження існування і властивостей точних і наближених розв’язків.

Вперше звернули увагу на конструктивну сторону методів в теорії нелінійних коливань і нелінійної механіки. Саме асимптотичні методи, в яких використовуються різні схеми усереднення, стали одним із основних засобів конструктивного дослідження і побудови розв'язків різноманітних задач нелінійної механіки.

Але ці дослідження направлені в основному на вивчення періодичних і квазіперіодичних розв'язків. Зараз існує необхідність в розробці конструктивних методів і для інших розділів теорії диференціальних рівнянь, а саме для теорії крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.

Аналіз стану методів дослідження крайових задач показує, що в цій області найбільш поширені класи аналітичних, функціонально-аналітичних, чисельних та чисельно-аналітичних методів. Кожний із цих методів має свої переваги і недоліки. Але треба відмітити, що в теорії крайових задач саме чисельно-аналітичні методи мають переваги як при побудові розв'язку, так і при вивченні таких основних якісних питань як встановлення існування розв'язку, доведення збіжності наближених розв'язків до точних, одержання таких оцінок похибок наближених розв'язків, які практично можна перевірити.

Це показує, що чисельно-аналітичні методи відкривають перспективу подальшого розвитку конструктивних методів дослідження розв'язку крайових задач.

В наш час велика увага приділяється ще одній області теорії крайових задач, а саме дослідженню розв'язків задач, які містять параметри або в диференціальному рівнянні або в крайових умовах.

Саме задачі такого характеру зустрічаються в теорії автоматичного регулювання, де параметри відіграють роль регуляторів відповідних фізичних процесів. Тому важливим є знаходження і дослідження наближених розв'язків крайових задач з параметром.

Об'єкти та методи дослідження

Для розв'язання крайових задач з параметрами у випадку диференціальних і інтегрально-диференціальних рівнянь використовують такі наближені методи як метод Ньютона, метод усереднення функціональних поправок, метод послідовних наближень.

Одним із чисельно-аналітичних методів є також метод двосторонніх наближень. Він дає можливість дослідити існування розв'язку, який задовольняє диференціальне рівняння і крайові умови, побудувати алгоритм знаходження наближеного розв'язку, встановити умови, які забезпечують рівномірну збіжність наближеного розв'язку до єдиного розв'язку крайової задачі.

Постановка задачі

Побудувати та дослідити одну модифікація двостороннього методу наближеного розв'язання двоточкової крайової задачі з параметром у крайових умовах у випадку квазілінійного диференціального рівняння другого порядку, а саме, на проміжку (0;1) знайти розв'язок диференціального рівняння

$$y''(x) = f(x, y(x), y'(x)) \equiv f[y(x)], \tag{1}$$

який задовольняє крайові умови:

$$\begin{aligned} &\alpha_{10} y(0) + \lambda\alpha_{11} y'(0) + \beta_{10} y(1) + \beta_{11} y'(1) = d_1, \\ &\alpha_{20} y(0) + \alpha_{21} y'(0) + \beta_{20} y(1) + \beta_{21} y'(1) = d_2\lambda. \end{aligned} \tag{2}$$

$$\alpha_1 y(0) + \alpha_2 y'(0) = y_0. \tag{3}$$

В умовах (2), (3) α_{ij}, β_{ij}, *i = 1,2; j = 0,1;* $d_1, d_2, \alpha_1, \alpha_2, y_0$ — задані сталі, $\lambda \in [\lambda_0, \lambda_1]$—шуканий параметр.

Результати та їх обговорення

Розв'язком крайової задачі (1)-(3) є пара *(λ,y(x)),* де $y(x) \in \overline{C}^2(0,1) = C^2(0,1) \cap C^1[0,1]$— розв'язок рівняння (1), який разом з параметром λ задовольняє умовам (2), (3).

Позначимо через $C_1(\overline{D})$ простір функцій $f[y(x)]$, які задовольняють наступним умовам:

1. для всіх $(x, y, y') \in \overline{D}$ функція $f[y(x)] \in C(\overline{D})$*;*

2.в області $\overline{D}$ $f[y(x)]$ можна подати у вигляді $f[y(x)] \equiv f(x, y, y', y, y') \equiv f[y^+(x); y^-(x)]$ таким чином, що для довільних пар функцій $(z_0(x), v_0(x)), (z_1(x), v_1(x))$ з простору $\overline{C}^2(0,1)$, які належать області визначення $\overline{D_1}$ функції $f[y^+(x); y^-(x)]$ і при $x \in [0,1]$ задовольняють нерівності $z_0^{(k)}(x) \le z_1^{(k)}(x), v_0^{(k)}(x) \ge v_1^{(k)}(x), k = 0,1,$ виконується умова

$$f[z_1(x); v_1(x)] - f[z_0(x); v_0(x)] \ge 0; \tag{4}$$

3. функція $f[y^+(x); y^-(x)]$ в $\overline{D_1}$ задовольняє умову Ліпшіца, тобто

$$\left| f[z_1(x); v_1(x)] - f[z_0(x); v_0(x)] \right| \le \frac{L}{4}\left\{ \left|z_1(x) - z_0(x)\right| + \left|z_1'(x) - z_0'(x)\right| + \left|v_1(x) - v_0(x)\right| + \left|v_1'(x) - v_0'(x)\right| \right\},$$

де L — стала Ліпшіца.

Легко показати, що крайову задачу (1), (2) можна подати у еквівалентній інтегральній формі

$$y(x)=\omega(x,\lambda)+\int_0^1 G(x,\xi)f[y(\xi)]d\xi, \tag{5}$$

де

$$\omega(x,\lambda)=\frac{1}{\Delta}\{[(\alpha_{20}+\beta_{20})d_1-(\alpha_{10}+\beta_{10})d_2\lambda]x+(\lambda\alpha_{11}+\beta_{10}+\beta_{11})d_2\lambda-(\alpha_{21}+\beta_{20}+\beta_{21})d_1\},$$

$$\Delta=\begin{vmatrix}\lambda\alpha_{11}+\beta_{10}+\beta_{11} & \alpha_{10}+\beta_{10}\\ \alpha_{21}+\beta_{20}+\beta_{21} & \alpha_{20}+\beta_{20}\end{vmatrix}\neq 0,\quad G(x,\xi,\lambda)=\begin{cases}g_1(x,\xi,\lambda), & \xi\in[0,x),\\ g_2(x,\xi,\lambda), & \xi\in[x,1],\end{cases}$$ а

$$\begin{gathered}g_1(x,\xi,\lambda)=\{[(\alpha_{20}\beta_{10}-\alpha_{10}\beta_{20})\xi+(\lambda\alpha_{11}\beta_{20}-\alpha_{21}\beta_{10})](x-1)+\\ +(\lambda\alpha_{11}\alpha_{20}-\alpha_{21}\alpha_{10})(x-\xi)-(\beta_{11}\alpha_{20}-\beta_{21}\alpha_{10})\xi+\alpha_{21}\beta_{11}-\alpha_{11}\beta_{21}\lambda\}\frac{1}{\Delta},\\ g_2(x,\xi,\lambda)=\{[(\alpha_{10}\beta_{20}-\alpha_{20}\beta_{10})x+(\alpha_{21}\beta_{10}-\lambda\alpha_{11}\beta_{20})](1-\xi)+\\ +(\beta_{10}\beta_{21}-\beta_{11}\beta_{20})(x-\xi)+(\beta_{21}\alpha_{10}-\beta_{11}\alpha_{20})x+\alpha_{21}\beta_{11}-\alpha_{11}\beta_{21}\lambda\}\frac{1}{\Delta}\end{gathered} \tag{6}$$

Розглянемо розділені крайові умови, тобто будемо вважати, що

$$\beta_{10}=\beta_{11}=0,\quad \alpha_{20}=\alpha_{21}=0,\quad \alpha_{10}^2+\alpha_{11}^2\neq 0,\quad \beta_{20}^2+\beta_{21}^2\neq 0. \tag{7}$$

Тоді

$$\omega(x,\lambda)=\frac{1}{\Delta}\{(\beta_{20}d_1-\alpha_{10}d_2\lambda)x+\lambda^2\alpha_{11}d_2-(\beta_{20}+\beta_{21})d_1\},$$

$$\Delta=\begin{vmatrix}\lambda\alpha_{11} & \alpha_{10}\\ \beta_{20}+\beta_{21} & \beta_{20}\end{vmatrix}=\lambda\alpha_{11}\beta_{20}-\alpha_{10}(\beta_{20}+\beta_{21})\neq 0,$$

$$g_1(x,\xi,\lambda)=\frac{1}{\Delta}[\beta_{20}(\lambda\alpha_{11}-\alpha_{10}\xi)(x-1)+\beta_{21}\alpha_{10}\xi-\alpha_{11}\beta_{21}\lambda],$$

$$g_2(x,\xi,\lambda)=\frac{1}{\Delta}[\beta_{20}(\alpha_{10}x-\lambda\alpha_{11})(1-\xi)+\beta_{21}\alpha_{10}x-\alpha_{11}\beta_{21}\lambda].$$

Не зменшуючи загальності міркувань, візьмемо $d_2=\frac{1}{\lambda}\overline{d_2}$, $\alpha_2=1$, $\alpha_1=0$, тоді, використавши умову (3), можемо визначити параметр λ:

$$\begin{gathered}\lambda=\frac{1}{y_0\alpha_{11}\beta_{20}}\left\{\beta_{20}d_1-\alpha_{10}\overline{d_2}+y_0\alpha_{10}(\beta_{20}+\beta_{21})+\int_0^1[\beta_{20}(1-\xi)+\beta_{21}]\alpha_{10}f[y(\xi)]d\xi\right\}\\ y_0\alpha_{11}\beta_{20}\neq 0,\end{gathered} \tag{8}$$

$$y(x)=\frac{\overline{d_2}}{\beta_{20}}-y_0\left(1-x+\frac{\beta_{21}}{\beta_{20}}\right)+\int_0^1 G_1(x,\xi)f[y(\xi)]d\xi,\ G_1(x,\xi)=\begin{cases}x-1-\dfrac{\beta_{21}}{\beta_{20}}, & \xi\in[0,x],\\ \xi-1-\dfrac{\beta_{21}}{\beta_{20}}, & \xi\in[x,1].\end{cases} \tag{9}$$

Розглянемо випадок, коли $\dfrac{\beta_{21}}{\beta_{20}} \geq 0$ і $f[y(x)] \in C_2(\overline{D})$, де $C_2(\overline{D})$ — простір функцій, які задовольняють умовам (1)-(3) визначення простору $C_1(\overline{D})$, лише нерівність (4) виконується для довільних пар функцій $(z_0(x), v_0(x)), (z_1(x), v_1(x))$ з простору $\overline{C}^2(0,1)$, що належать області визначення $\overline{D_1}$ функції $f[y^+(x); y^-(x)]$, які задовольняють умовам: $z_0(x) \geq z_1(x),\ z_0'(x) \leq z_1'(x),\ v_0(x) \leq v_1(x),\ v_0'(x) \geq v_1'(x).$

Побудуємо ітераційний процес згідно формул [3]:

$$\begin{aligned} z_{n+1}(x) &= \Omega(x) + \int_0^1 G_1(x,\xi) f^n(\xi) d\xi, \\ v_{n+1}(x) &= \Omega(x) + \int_0^1 G_1(x,\xi) f_n(\xi) d\xi, \end{aligned} \tag{10}$$

де $\Omega(x) = \dfrac{\overline{d_2}}{\beta_{20}} - y_0\left(1 - x + \dfrac{\beta_{21}}{\beta_{20}}\right)$, а за нульове наближення $z_0(x)$, $v_0(x)$ вибираємо довільні функції із простору $\overline{C}^2(0,1)$, які задовольняють умови

$$y'(0) = y_0, \quad \beta_{20} y(1) + \beta_{21} y'(1) = \overline{d_2}, \tag{11}$$

та нерівності

$$\begin{aligned} &\omega_0(x) \equiv z_0(x) - v_0(x) \leq 0, \quad \omega_0'(x) \geq 0, \\ &z_0''(x) - f^0(x) = \alpha_0(x) \geq 0, \quad v_0''(x) - f_0(x) = \beta_0(x) \leq 0 \end{aligned} \tag{12}$$

Позначивши

$$\alpha_n(x) = z_n''(x) - f^n(x), \quad \beta_n(x) = v_n''(x) - f_n(x), \tag{13}$$

і враховуючи (10) маємо:

$$\begin{aligned} &z_{n+1}(x) - z_n(x) = -\int_0^1 G_1(x,\xi)\alpha_n(\xi) d\xi,\ v_{n+1}(x) - v_n(x) = -\int_0^1 G_1(x,\xi)\beta_n(\xi) d\xi, \\ &\left(z_{n+1}(x) - z_n(x)\right)' = -\int_0^x \alpha_n(\xi) d\xi,\ \left(v_{n+1}(x) - v_n(x)\right)' = -\int_0^x \beta_n(\xi) d\xi, \end{aligned} \tag{14}$$

$$\omega_{n+1}(x) = \int_0^1 G_1(x,\xi)(f^n(\xi) - f_n(\xi)) d\xi,\ \omega_{n+1}(x) = \int_0^x (f^n(\xi) - f_n(\xi)) d\xi, \tag{15}$$

$$\alpha_{n+1}(x) = f^n(x) - f^{n+1}(x), \quad \beta_{n+1}(x) = f_n(x) - f_{n+1}(x), \tag{16}$$

Із (14)-(16), враховуючи (4), (12) та той факт, що $G_1(x,\xi)\le 0$ коли $x\in[0,1], \xi\in[0,1]$, при n = 0 одержимо:

$$z_1(x)-z_0(x)\ge 0,\ \left(z_1(x)-z_0(x)\right)'\le 0, v_1(x)-v_0(x)\le 0,\ \left(v_1(x)-v_0(x)\right)'\ge 0,$$
$$\omega_1(x)\le 0,\ \ \omega_1'(x)\ge 0,\quad \alpha_1(x)\ge 0,\ \beta_1(x)\le 0,$$

Тобто:

$$z_0(x)\le z_1(x)\le v_1(x)\le v_0(x),\ z_0'(x)\le z_1'(x)\le v_1'(x)\le v_0'(x). \tag{17}$$

Приймаючи функції $z_1(x)$ та $v_1(x)$ за вихідні і повторюючи вище наведені міркування, методом математичної індукції переконуємось в справедливості при $x\in[0,1]$ нерівностей

$$z_n(x)\le z_{n+1}(x)\le v_{n+1}(x)\le v_n(x),\ v_n'(x)\le v_{n+1}'(x)\le z_{n+1}'(x)\le z_n'(x). \tag{18}$$

Легко показати, що для побудованих послідовностей функцій $\{z_n(x)\},\quad \{v_n(x)\}$ справедливою є наступна теорема.

Позначимо:

$$\sup_{[0,1]}\left\{\left|\omega_0(x)\right|,\left|\omega_0'(x)\right|\right\}=d,\quad \sup\left\{1,\left(0{,}5+\frac{\beta_{21}}{\beta_{20}}\right)\right\}=q.$$

Теорема. Нехай $f[y(x)]\in C_2(\overline{D})$ і $Lq<1$. Якщо існують функції нульового наближення $z_0(x)$ та $v_0(x)$, які задовольняють умови (12), то послідовності функцій $\{z_n(x)\},\quad \{v_n(x)\}$, побудовані згідно закону (10), збігаються при $x\in[0,1]$ абсолютно і рівномірно до єдиного в просторі $\overline{C}^{\,2}(0,1)$ розв'язку рівняння (9), причому мають місце нерівності:

$$\begin{gathered} z_n(x)\le z_{n+1}(x)\le y(x)\le v_{n+1}(x)\le v_n(x),\\ v_n'(x)\le v_{n+1}'(x)\le y'(x)\le z_{n+1}'(x)\le z_n'(x),\quad x\in[0,1]. \end{gathered} \tag{19}$$

Позначимо:

$$\lambda_n^+=\frac{1}{y_0\alpha_{11}\beta_{20}}\left[\beta_{20}d_1-\alpha_{10}\overline{d_2}+y_0\alpha_{10}(\beta_{20}+\beta_{21})+\int_0^1\left[\beta_{20}(1-\xi)+\beta_{21}\right]\alpha_{10}f^n(\xi)d\xi\right],$$
$$\lambda_n^-=\frac{1}{y_0\alpha_{11}\beta_{20}}\left[\beta_{20}d_1-\alpha_{10}\overline{d_2}+y_0\alpha_{10}(\beta_{20}+\beta_{21})+\int_0^1\left[\beta_{20}(1-\xi)+\beta_{21}\right]\alpha_{10}f_n(\xi)d\xi\right]$$

Приймаючи до уваги (19) та (4), легко переконатись у справедливості нерівностей

$$\lambda_n^- \le \lambda \le \lambda_n^+, \quad \text{при} \quad \frac{\alpha_{10}}{y_0\alpha_{11}} \ge 0, \;\; \lambda_n^+ \le \lambda \le \lambda_n^-, \quad \text{при} \quad \frac{\alpha_{10}}{y_0\alpha_{11}} \le 0. \tag{20}$$

За n-ве наближення розв'язку крайової задачі (1)-(3) приймається пара $(\lambda_n, y_n(x))$, де $\lambda_n = \frac{1}{2}(\lambda_n^+ + \lambda_n^-)$, $y_n(x) = \frac{1}{2}(z_n(x) + v_n(x))$

Покажемо приклад застосування даного методу для знаходження наближеного розв'язку крайової задачі

$$y''(x) = \frac{x}{3}(y - xy') - \frac{1}{3}(1 + \frac{1}{6}x^3), \quad x \in [0;1] \tag{21}$$

яка задовольняє крайовим умовам:

$$\begin{aligned} &y(0) + 4\lambda y'(0) = \frac{1}{3}, \\ &y(1) - 3y'(1) = 0{,}5, \text{ де } \lambda \in [0;1] \end{aligned} \tag{22}$$

$$y'(0) = \frac{1}{6} \tag{23}$$

Крайову задачу (21)-(23) запишемо в еквівалентній інтегральній формі: $y(x) = \frac{1}{6}(5 + x) + \int_0^1 G(x,\xi) f[y(\xi)]d\xi$, де $G(x,\xi) = \begin{cases} x + 2, \; \xi \in [0;x] \\ \xi + 2, \; \xi \in [x;1] \end{cases}$

$$\lambda = -\frac{3}{4} - \frac{3}{2}\int_0^1 (2 + \xi) f[y(\xi)]d\xi.$$

Двосторонній ітераційний процес будуємо наступним чином:

$$\begin{aligned} z_{n+1}(x) &= \frac{1}{6}(5 + x) + \int_0^1 G(x,\xi) f^n(\xi)d\xi, \\ v_{n+1}(x) &= \frac{1}{6}(5 + x) + \int_0^1 G(x,\xi) f_n(\xi)d\xi \end{aligned} \tag{24}$$

де за нульові наближення *$z_0(x)$*, *$v_0(x)$* вибираємо довільні функції із простору $\overline{C}^2_{(0;1)}$, які задовольняють умови:

$$z_0'(0) = \frac{1}{6}, \qquad v_0'(0) = \frac{1}{6}, \;\; z_0(1) - 3z_0'(1) = 0{,}5, \quad v_0(1) - 3v_0'(1) = 0{,}5,$$

та нерівності:

$$w_0(x) \equiv z_0(x) - v_0(x) \ge 0 \quad w_0'(x) \equiv z_0'(x) - v_0'(x) \ge 0$$

$$\alpha_0(x) = z_0''(x) - f^0(x) \ge 0, \quad \beta_0(x) = v_0''(x) - f_0(x) \ge 0.$$

Такими функціями є:

$$z_0(x) = x^3 - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{197}{24},\ v_0(x) = -x^3 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x - 8$$

Використовуючи (24), були знайдені наближення $z_4(x)$ та $v_4(x)$:

$$z_4(x) = 7{,}5\cdot 10^{-7}x^{15} + 2{,}55\cdot 10^{-8}x^{14} + 1{,}63\cdot 10^{-5}x^{12} + 3{,}51\cdot 10^{-4}x^9 + 5{,}71\cdot 10^{-3}x^6 + \\ + 6{,}89\cdot 10^{-2}x^3 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x + 0{,}658,$$

$$v_4(x) = -7{,}5\cdot 10^{-7}x^{15} - 1{,}9\cdot 10^{-8}x^{14} + 1{,}64\cdot 10^{-5}x^{12} + 3{,}49\cdot 10^{-4}x^9 + 5{,}75\cdot 10^{-3}x^6 + \\ + 6{,}82\cdot 10^{-2}x^3 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x - 0{,}653$$

Обчислено:

$\lambda_4^{\ +} = -0{,}024; \qquad \lambda_4^{\ -} = 1{,}021.$

Тоді наближений розв'язок рівняння (23) можемо записати:

$$\Psi_4(x) = \frac{1}{2}(z_4(x) + v_4(x)) = 3{,}21\cdot 10^{-9}x^{14} - 6{,}01\cdot 10^{-8}x^{12} + 1{,}18\cdot 10^{-6}x^9 - \\ - 2{,}02\cdot 10^{-5}x^6 + 3{,}61\cdot 10^{-4}x^3 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x + 0{,}003$$

і параметр $\widetilde{\lambda}_4$ визначаємо з рівності: $\widetilde{\lambda}_4 = \frac{1}{2}(\lambda_4^+(x) + \lambda_4^-(x)) = 0{,}498$

Якщо $\sup\limits_{[0;1]} |W_0(x)| \le 18{,}25$, то $\sup\limits_{[0;1]} |W_4(x)| \le 1{,}46.$ Видно, що побудовані послідовності рівномірно збігаються до єдиного розв'язку задачі.

Якщо $\lambda_0^- - \lambda_0^+ = 13{,}116$, то $\lambda_4^- - \lambda_4^+ = 1{,}045$.

Отже, наближеним розв'язком крайової задачі (21)-(23) є пара $(\Psi_4(x); \widetilde{\lambda}_4)$

На рис.1 графічно показано відхилення знайденого наближеного розв'язку задачі від її відомого точного розв'язку Y(x). Треба відмітити, що $\sup\limits_{[0;1]} |Y(x) - \Psi_4(x)| \le 2{,}915\cdot 10^{-3}.$

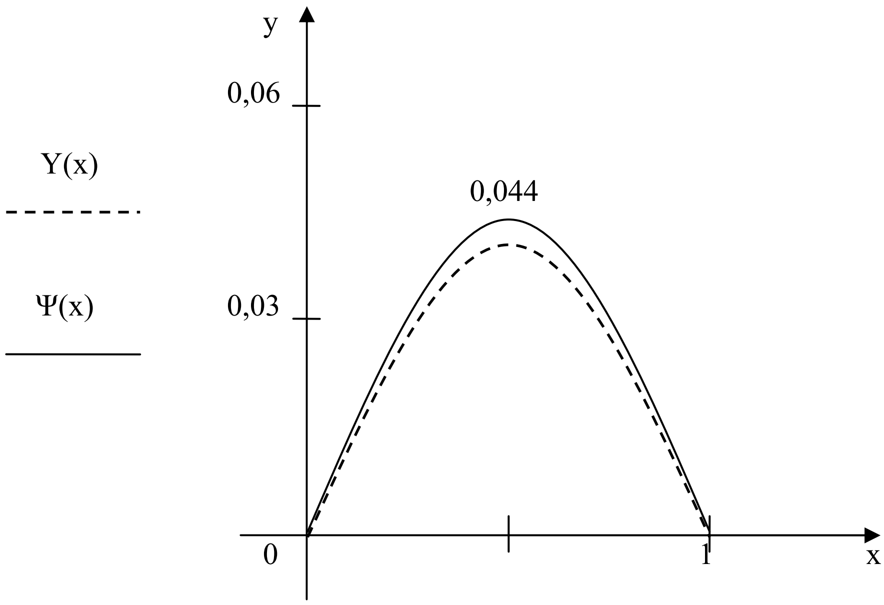

Рис.1

Висновок

Побудовано і досліджено модифікацію двостороннього методу наближеного інтегрування двоточкової крайової задачі з параметром у крайових умовах у випадку нерозділених крайових умов.

При цьому за n-ве наближення розв'язку крайової задачі (1)-(3) приймається пара $(\lambda_n, y_n(x))$, де $\lambda_n = \frac{1}{2}(\lambda_n^+ + \lambda_n^-)$, $y_n(x) = \frac{1}{2}(z_n(x) + v_n(x))$, де $z_n(x)$ та $v_n(x)$ функції n-го наближення побудованих послідовностей $\{z_n(x)\}$, $\{v_n(x)\}$.

Отримані результати дають змогу побудувати і дослідити двосторонній метод наближеного інтегрування крайової задачі з параметром для системи диференціальних рівнянь другого порядку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Самойленко А.М., Ронто Н.И. Численно-аналетические методы теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений. – К.:Наукова думка, 1992. – 280с.
2. Маринець В.В.Об одном методе приближенного интегрирования начальной задачи для систем нелинейных волновых уравнений // О некоторых приближенных методах интегрирования дифференциальных уравнений . – К.,1985. –С.13-17 (Препринт АН УССР. Ин-т матем.: №8556).
3. Маринец В.В. Об одном подходе построения итерационных методов приближенного интегрирования краевых задач теории пластин и оболочек //

Материалы VIII Всесоюзной конф. «Численные методы решения задач теории упругости и пластичности». – Новосибирск, 1984. – С.194-198.

4. Маринець В.В., Питьовка О.Ю. Про один підхід дослідження доточкових крайових задач // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер.матем. і ін форм. – 2002. – Вип..7. – С. 69-75.

5. Маринець В.В., Маринець Т.В., Питьовка О.Ю. Двосторонній метод наближеного інтегрування крайових задач з параметром // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер.матем. і ін форм. – 2004. – Вип..9. – С. 32-44.

УДК 685.34.03

РОЗРОБКА ТЕОРЕТИЧНИХ ТА МЕТОДОЛОГІЧНИХ ПЕРЕДУМОВ УДОСКОНАЛЕННЯ КОНСТРУКЦІЇ І МЕТОДІВ ВИГОТОВЛЕННЯ ВЗУТТЯ

В.М.СІЧКА , В.І. ХІМІЧ
Мукачівський технологічний інститут

Розробка об'єктивних критеріїв оцінки комфортності та принципово нових – із застосуванням комп'ютерних технологій – методів проектування його внутрішньої форми і конструктивних елементів виробів передбачають дослідження особливостей стоп різних вікових груп, силової взаємодії стопи із взуттям при ходьбі, психофізичного відображення системи "стопа-взуття-опора" в свідомості споживача. Особлива увага приділяється новітнім методам дослідження параметрів кровоплину в стопі –доплерографія, реографія, капіляроскопія.

Забезпечення населення країни раціональною по конструкції і зручною в експлуатації взуттям є на сучасному етапі актуальною державною проблемою. Створення раціональної конструкції взуття пов'язано з вивченням анатомо – фізіологічних і біомеханічних особливостей стоп людей, взаємодії стопи з взуттям в процесі її функціонування вивчення роботи окремих деталей і вузлів взуття. Найбільш повне задоволення потреб населення досягається шляхом виявлення цільового споживача та вивчення специфіки його вимог до виробів. Врахування особливостей імовірного споживача найважливіший щодо виробів, розрахованих на безпосередньому контакті з тілом людини, формрозмірів які визначаються форморозмірами органів, на які вони одягаються .

Максимальна відповідність взуття ступням споживачів досягається в процесі створення [1] проекту нового виробу шляхом задоволення антропометричних, анатомічних та фізіологічних вимог, що в кінцевому рахунку відображається в формі та розмірах затяжної колодки, властивостях матеріалів верху та низу, конструкції взуття, технології його виготовлення.

Постановка задачі