

УДК 624.012.44

**АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС ПОВНІСТЮ РІВНОВАЖНОЇ ДІАГРАМИ  
ДЕФОРМУВАННЯ БЕТОНУ ДЛЯ ОЦІНКИ ОПОРУ ЙОГО РУЙНУВАННЮ****В.Ф. ЛАЗАР,<sup>1</sup> М.Г. СТАЩУК<sup>2</sup>, С.Й. СОЛОДКИЙ<sup>3</sup>.**<sup>1</sup> Мукачівський технологічний інститут.<sup>2</sup> Фізико-механічний інститут ім Карпенка НАН України, м. Львів, Україна.<sup>3</sup> Національний університет „Львівська політехніка”, м. Львів, Україна.

*Запропоновано функцію для опису діаграми в координатах „навантаження – переміщення”, інтегрування якої дозволить оцінити опір руйнуванню бетону. Експериментально встановлено, що параметричні точки повністю рівноважної діаграми деформування бетонів при згині з наперед створеною тріщиною залежать від рецептурно-технологічних факторів.*

Однією з основних засад для аналізу міцності та руйнування бетону є повністю рівноважна діаграма деформування бетону (ПРДД) [1, 5], поведінка якої суттєво залежить від властивостей цього матеріалу. Аналітичні та експериментальні [3, 5, 9] графічні залежності, які відповідають такій діаграмі в основному є самоподібними. Вони відрізняються лише інтегральною повнотою та окремими точками, в околі яких може суттєво змінюватися поведінка такої кривої. Це, очевидно, є проявом характеристик та специфіки тої чи іншої марки бетону. У зв'язку із цим, стає актуальною задачею побудова фундаментальної залежності вигляду  $F = F(\upsilon, a, b, c, \dots)$ , в якій  $\upsilon$  відповідає переміщенням бетонного зразка,  $F$  - зусиллям, що прикладаються до нього, а параметри  $a, b, c, \dots$  є характеристичними величинами, залежними від структури матеріалу. Тому очевидним стає факт, згідно якого можна комп'ютерними засобами швидко відтворювати характер поведінки бетону, виходячи із задання характерних точок ПРДД та її повноти, користуючись деякою функціональною залежністю типу «навантаження – переміщення». Такий підхід уможливорює вдосконалення існуючих розрахункових моделей бетонних матеріалів та виготовлених із них споруд.

Вдосконалення методів розрахунку бетонних і залізобетонних конструкцій вимагає використання моделей, які базуються на реальних діаграмах деформування матеріалів з урахуванням характеру і тривалості дії навантаження [9]. В наш час робляться спроби теоретично апроксимувати криву повністю рівноважної діаграми деформування (ПРДД) бетону з метою переведення розрахунку бетонних і залізобетонних елементів з емпіричної в теоретичну площину. Використання критичних значень параметрів напружено-деформованого стану бетонних елементів,

визначених методами лінійної механіки руйнування, дозволить при розрахунку бетонних і залізобетонних конструкцій визначити параметри несучої здатності конструкції при заданих рівнях навантаження. Урахування енергетичної “зарядженості” ПРДД дасть можливість виготовити бетонні елементи з певним енергетичним потенціалом січень, що відповідає умовам експлуатації данної конкретної конструкції.

Достатньо детально в роботах [5,6] в рамках теорії твердого деформованого тіла розроблені аналітичні вирази для діаграм деформування бетонів і арматури для одноосного стиску (розтягу). В рамках деформаційної теорії залізобетону стверджується, що повна рівноважна діаграма „ $\sigma_b - \epsilon_b$ ” бетону є енергетичною характеристикою матеріалу, а її параметри, у рамках прийнятих допущень, – його константами [1]. Тут пропонується приймати в розрахунковому перерізі бетонного елемента зв’язок між напруженнями та деформаціями стиснутого бетону у вигляді такої діаграми. В сучасних будівельних нормах за основу розрахунку бетонних і залізобетонних елементів під дією згинальних моментів і поздовжніх сил за усіма граничними станами прийнята деформаційна модель, що використовує умову деформування у вигляді гіпотези плоских січень, а також – повні діаграми стану бетону і арматури [4]. Така модель дозволяє здійснювати розрахунок за єдиною методологією будь-яких бетонних і залізобетонних елементів з різною конфігурацією поперечного січення і розташуванням поздовжньої арматури. Досліджено вплив напружено-деформованого стану пружних тіл, а також їх границь на взаємодію між собою тріщиноподібних дефектів, що є важливим для застосування критеріїв і методів лінійної механіки руйнування до бетонів [8].

Метою даного повідомлення є аналітичний опис повністю рівноважної діаграми деформування бетону для оцінки опору його руйнуванню при згині в координатах „навантаження – переміщення” з наперед створеною тріщиною.

#### **Аналітична оцінка діаграми руйнування бетону**

Так як конфігурація кривої діаграм деформування бетонних композитів із різним вмістом заповнювачів на різних цементах є однотипною, то це дає можливість описати залежність „навантаження – переміщення” для всіх матеріалів функцією одного виразу. Характеристиками діаграми можна вважати (рис. 1): кут нахилу висхідної вітки діаграми до осі абсцис ( $\alpha$ ), кут нахилу спадаючої вітки до осі абсцис ( $\beta$ ),

точки – закінчення прямолінійної ділянки висхідної вітки (1), зламу (2), перегину спадаючої вітки діаграми (3), дефрагментації (4).

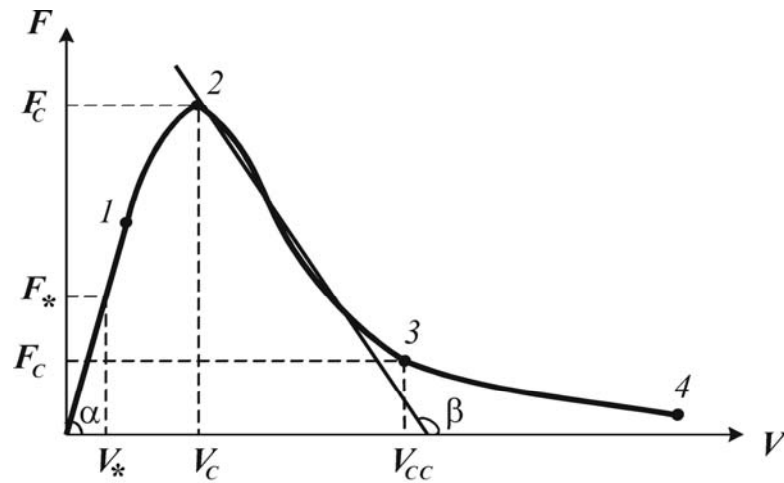


Рис.1 Параметричні точки ПРДД.

Аналіз відомих [5] діаграм деформування бетонів дозволяє зробити висновок про можливість опису ПРДД функцією наступного виразу:

$$F(v) = AV^B e^{CV}. \quad (1)$$

Параметри  $A, B, C$ , які фігурують у цій залежності знаходимо, виходячи з фізичних і геометричних міркувань, а також – із реальних експериментальних даних для відповідних характеристик тріщиностійкості бетону. Будемо вважати, що відрізок зміни величини  $V$  від точки  $V = 0$  до точки  $V_c$ , в якій функція  $F(V)$  набуває максимального значення, відповідає майже лінійному закону зміни зусилля  $F$  від переміщення  $V$ . З огляду на це, приймемо, що параметр  $A$  є відомим. Він у першому наближенні буде рівний значенню похідної від функції  $F(V)$  по параметру  $V$  в деякій точці  $V_* \in [0, V_c]$  проміжку прямолінійної зміни зусиль  $F$ . Отже

$$A = \left. \frac{dF}{dV} \right|_{V=V_*}, \quad (2)$$

тобто параметр  $A$  буде рівний тангенсу кута нахилу висхідної вітки діаграми в області пружних деформацій бетону до осі  $OV$  системи координат  $FOV$ . Обчислимо похідну:

$$\frac{dF}{dV} = AV^{B-1}e^{CV}(B+CV) = AV^B e^{CV} \frac{(B+CV)}{V} = F(V) \frac{(B+CV)}{V}. \quad (3)$$

Похідна  $\frac{dF}{dV} = 0$  при  $V_c = -\frac{B}{C}$ . Тоді  $F_c = F(V_c) = A\left(-\frac{B}{C}\right)^B \cdot e^{-B}$ , або

$$F_c = A\left(-\frac{V_c}{e}\right)^B.$$

Звідси

$$A = F_c \left(\frac{e}{V_c}\right)^B. \quad (4)$$

Визначимо тепер параметр  $B$ . Розглянемо другу похідну

$$\frac{d^2F}{d^2V} = \frac{F(V)}{V^2} [(B+CV)^2 - B]. \quad (5)$$

Знаходимо, що точка перегину діаграми руйнування бетону

$$V_{cc} = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{B}}\right)V_c. \quad (6)$$

Як бачимо, точка  $V_{cc}$  знаходиться справа від точки  $V_c$ , що стверджує вірогідність такого підходу до оцінювання ПРДД, тобто ця точка відповідає області руйнування матеріалу. Точку  $V_{cc}$  можна прийняти за момент вичерпу ресурсу бетону. Важливим фактом є те, що ця точка визначається через початковий параметр ПРДД бетону у пружній зоні його деформування, що може служити визначенню ефективної поверхневої енергії в бетонах.

З формули (6) визначаємо параметр

$$B = \frac{1}{\left(\frac{V_{cc}}{V_c} - 1\right)^2}. \quad (7)$$

Отже, діаграма руйнування бетонного зразка може бути описана функцією (1). Розглянемо тепер експериментальні конфігурації діаграм, що є подібними до конфігурації, зображеної на рисунку 1.

#### **Об'єкти і методи дослідження**

Побудову та аналіз ПРДД здійснювали для будівельних композитів, а саме: цементних матриць (ЦМ), цементних матриць з дрібним заповнювачем (піщаний бетон, цементогрунт), цементних матриць з дрібним і крупним заповнювачами (важкий крупнозернистий бетон).

Як в'яжуче використовували композиційний цемент (V тип за класифікацією ДСТУ Б В.2.7-46-96), модифікований сульфатом натрію (5% мас.) – “портландцементний клінкер (50%) – доменний гранульований шлак (15%) – перліт (35%)”, а також бездобавочний портландцемент (I тип). Як дрібний заповнювач, використовували кварцовий пісок з модулем крупності  $M_{кр.}=1,3$ ; як крупний заповнювач – гранітний щебінь фракції 5-20 мм.

ПРДД отримували шляхом випробування бетонних зразків з наперед створеною тріщиною нормального відриву за схемою триточкового згину. Дослідження реалізовані на установці, виготовленій на кафедрі „Автомобільні шляхи”[2] Національного університету „Львівська політехніка”, за методикою рівноважних випробувань [7]. Загальний вигляд випробувальної установки представлено на рис. 2.



Рис. 2 Загальний вигляд випробувальної установки.

### Результати та їх обговорення

Отримані в результаті випробувань ПРДД для матеріалів на цементах різних типів наведено на рис. 3, 4.

Як бачимо, на рис. 3, 4 площа діаграм деформування, а отже і робота, що витрачається на деформування і руйнування матеріалів незалежно від типу цементу зростає в наступній послідовності: цементогрунт < цементна матриця < піщаний бетон < крупнозернистий важкий бетон. Найвищі значення характеристик тріщиностійкості притаманні крупнозернистим бетонам. Це дає підстави для твердження, що наповнення ЦМ дрібним і крупним заповнювачами сприяє підвищенню тріщиностійкості матеріалу, у тому числі, за рахунок збільшення довжини шляху макротріщини.

Закономірності деформування композитів є однаковими, проте спостерігаються суттєві відмінності у діаграмах деформування залежно від типу цементу, виду і кількості заповнювачів, а саме:

- кут нахилу висхідної вітки діаграми до осі абсцис не є сталим і залежить від складу цементу, виду і кількості заповнювачів;
- значення критичних навантажень і переміщення, за яких відбувається злам діаграми, відрізняються для однакових матеріалів на різних цементах;
- повнота діаграм у закритичній стадії залежить від типу цементу;
- переміщення, за яких відбувається дефрагментація зразків для різних матеріалів на цементі одного типу суттєво відрізняються.

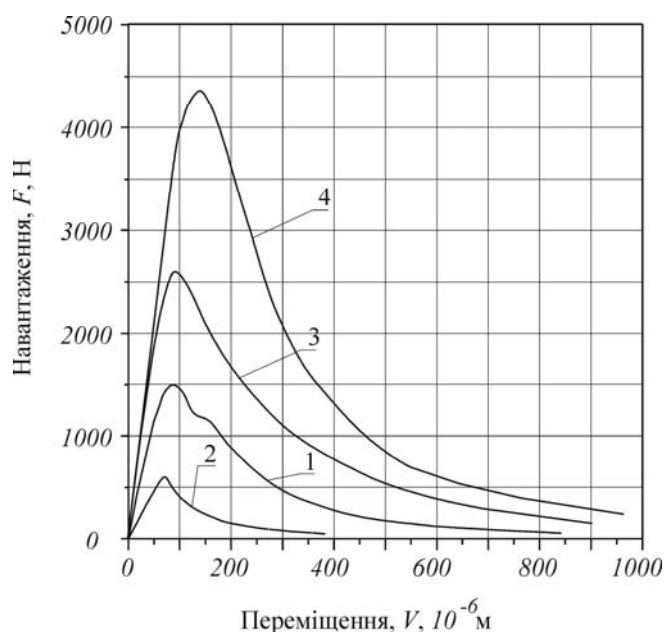


Рис. 3. ПРДД матеріалів на цементі V типу: 1 – цементна матриця, 2 – цементогрунт, 3 – піщаний бетон, 4 – крупнозернистий бетон.

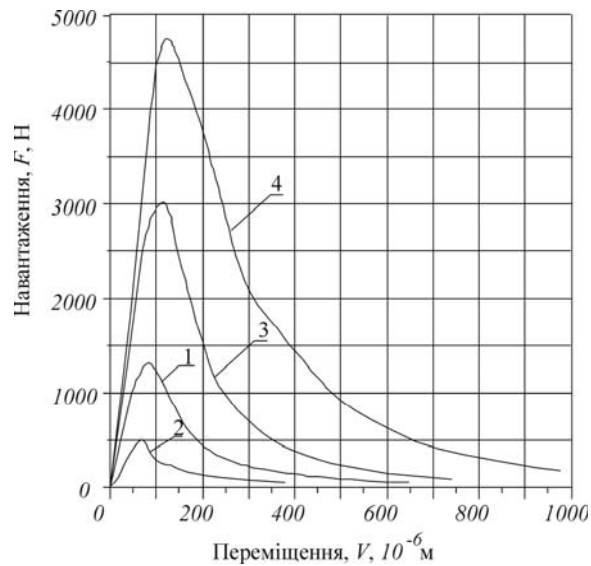


Рис. 4. ПРДД матеріалів на цементі I типу: 1 – цементна матриця, 2 – цементогрунт, 3 – піщаний бетон, 4 – крупнозернистий бетон.

**Приклад експериментально-теоретичного розрахунку.** Проведемо розрахунок реальної діаграми, зображеної на рисунку 3 (крива – 4). Розрахуємо таку діаграму, опираючись на усереднені експериментальні результати цього рисунка. Згідно формул (4), (6), (7) одержуємо, що  $A = 13,5$ ;  $B = 0,8$ ;  $C = -6000$ . Тоді

$$F(V) = 13,5 \cdot 10^6 \cdot V^{0,8} e^{-6000V} \quad (8)$$

Графічна залежність діаграми руйнування в цьому випадку є наступною:

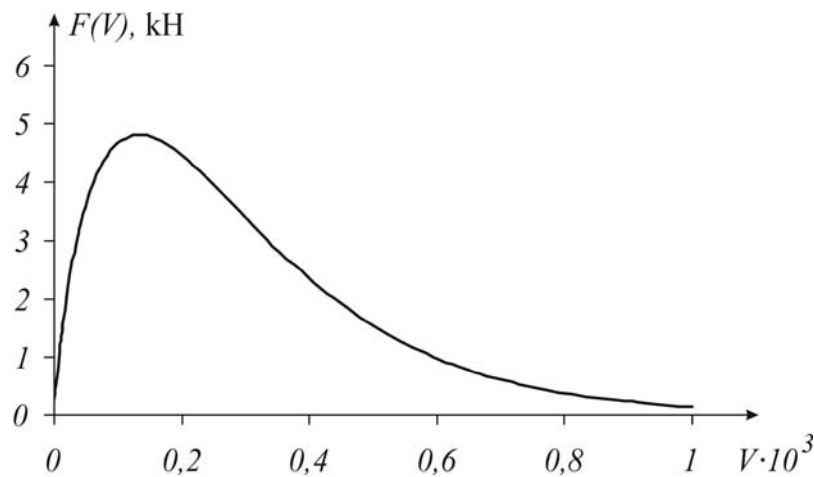


Рис. 5. Експериментально-теоретична крива ПРДД.

Як бачимо з рис. 5, конфігурація експериментально-теоретичної кривої ПРДД є еквідистантною до конфігурацій експериментальних діаграм, зображених на рис. 3 та 4.

### Висновки

1. Конфігурація кривої повністю рівноважної діаграми деформування бетонів із різним типом і вмістом заповнювачів на різних цементах є самоподібною, що дає

можливість описати діаграму в координатах „навантаження – переміщення” функцією одного виразу.

2. Теоретико – експериментальний аналіз діаграм руйнування бетонів свідчить, що точка перегину кривої руйнування бетону з позицій механіки руйнування може бути саме реальною критичною точкою на діаграмі, координати якої стають відповідними руйнуванню бетону. За критерій руйнування в цьому випадку можна приймати цю точку, з досягненням якої бетонний зразок можна вважати таким, що вичерпав свою несучу здатність.

3. Площу ПРДД, яка дорівнює загальній роботі деформування і руйнування бетону, можна вважати інтегральною енергетичною характеристикою опору руйнуванню бетону. Чисельно вона визначається інтегралом від функції (1) і може бути використана для визначення несучої здатності елементів при розрахунках бетонних та залізобетонних конструкцій.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Бамбура А.М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: Автореф. Дис. Д-ра техн. Наук: 05.23.01/ Харківськ. ДТУАБ. – Харків, 2006. – 39 с.
2. ГОСТ 29167-91 Бетоны. Методы определения характеристик трещиностойкости при статическом нагружении.
3. Гузев Е.А., Леонович С.Н., Пирадов К.А. Механика разрушения бетона: вопросы теории и практики. – Брест, БПИ, 1999. – 218 с.
4. Звездов А.И., Залесов А.С., Мухамедиев Т.А., Чистяков Е.А. О новых нормах проектирования железобетонных и бетонных конструкций// Бетон и железобетон. – 2002. – №2. – С. 2-6.
5. Карпенко Н., Мухамедиев Т.А., Петров А.Н. Исходные и трансформированные диаграммы деформирования бетона и арматуры // Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций. М: НИИЖБ. – 1986. – С. 7-25.
6. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона.– М: Стройиздат.– 1996.– 416 с.
7. Солодкий С.Й., Русин Р.М., Гайванович Р.В., Поваляшко М.В. Оцінка тріщиностійкості дорожніх бетонів за критеріями механіки руйнування руйнування // Збірник наукових статей «Дороги і мости», випуск 6. ДерждорНДІ, Київ –2006. – С. 289-303
8. Стащук Н.Г. Задачи механики упругих тел с трещиноподобными дефектами. – К.: Наукова думка, 1993. – 360 с.
9. Яременко А.Ф., Яременко Е.А. О применении диаграмм деформирования материалов к расчету строительных конструкций // Бетон и железобетон в Украине. – 2004. – №2. – С. 8-12