

УДК 539.4(045)

DOI: 10.31339/2617-0833-2019-2(27)-54-63

ВПЛИВ ВОДНЮ НА НАПРУЖЕНИЙ СТАН МАТЕРІАЛІВ

Стащук М. Г., Бойко В.М., Лазар В. Ф.

INFLUENCE OF HYDROGEN ON THE STRESSED STATE OF MATERIALS

Stashchuk Mykola, Boiko Vasily, Lazar Vasily

Вагомість теоретичних досліджень взаємодії металів та сталей є актуальною. Особливо актуальними стають питання поведінки наводнених матеріалів в порівнянні з ненаводненими, а також – характер розподілу поля напружень біля їх концентраторів в наводнених матеріалах. Першочерговим в цьому плані стає визначення напружено-деформованого стану тіла, обумовленого концентрацією наявного в ньому водню. Тому метою даної роботи є встановлення числово - аналітичних взаємозв'язків між концентрацією водню у металі та зініційованими ним напруженнями, а також - кількісна характеристика концентрації водню у заповненому воднем циліндрі. Чисельному вирішенню такої задачі й присвячується праця.

Ключові слова: напруження, деформації; концентрація водню, метод скінченних елементів, обернений метод Ейлера, принцип віртуальної роботи, циліндричні зразки.

The importance of theoretical studies of the metals and steels interaction is relevant. The issues concerning the behaviour of hydrogen-bearing materials in comparison with hydrogen-free ones are particularly topical, as well as the character of the field stress pattern near their concentrators in hydrogen-bearing materials. The prior, in this respect, becomes the determination of the mode of body deformation, due to the concentration of hydrogen in it. Therefore, the aim of the investigation is the establishment numerical- analytic relationships between the hydrogen concentration in the metal and deformation stress initiated by it, as well as quantitative characteristics of the hydrogen concentration in the hydrogen filled cylinder. The investigation is devoted to a solution to the problem numerically.

Keywords: stress, deformations; hydrogen concentration, finite element method, Euler inverted method, principle of virtual work, cylindrical samples.

Фундаментальні дослідження [1-7] водневого насичення металів та сплавів в основному ґрунтуються на тому, що водень є самою найлегшою домішкою та забезпечений мінімальним опором проникнення в середовищі. Його атомна структура, що містить лише один електрон, є найбільш простим об'єктом для взаємодії поглинача та дифузанта. Незначна енергія активації, що коливається в межах 0,1 еВ, а також відносно малий вплив на структурну релаксацію дозволяють ефективно використовувати дифузійні процеси насичення водню в достатньо неупорядкованих низколегованих сталях. Однак для інтерпретації експериментальних даних необхідними стають розробки числово - аналітичних моделей переносу водню. У зв'язку із цим задача оцінки водневого накопичення та виходу водню із металів та їх сплавів саме й полягає у розробці адекватних моделей їх числової реалізації. Це дозволяє проводити оцінки таких характеристик, як: коефіцієнти дифузії, величина концентрації накопиченого водню в металі; зміщення електричних потенціалів; напруження, обумовлені фактором проникнення водню і. т. п. До того ж, цінність таких моделей в практичному сенсі стає максимальною при мінімумі вільних параметрів. Збільшення аналітичних адекватних моделей входу водню у метал та його виходу з нього дозволяє скоротити необхідність проведення низки дорогавартісних експериментів.

Загальна схема розв'язання задачі. Для визначення напруженого стану в матеріалі використаємо принцип віртуальної роботи для квазістатичних рівнянь рівноваги при

покроковому формулюванні для моменту часу $t + \Delta t$, який можна записати у наступному вигляді [8]

$$\int_V \delta(\{\varepsilon\}^T)^{t+\Delta t} \{\Delta\sigma\} dS = \int_\Gamma \delta(\{u\}^T)^{t+\Delta t} \{\Delta p\} d\Gamma + \int_\Gamma \delta(\{u\}^T)^{t+\Delta t} \{p\}^t d\Gamma - \int_V \delta(\{\varepsilon\}^T)^{t+\Delta t} (\{\sigma\})^t dS \quad (1)$$

де $\{\Delta\sigma\}, \{\Delta p\}$ відповідно вектори приростів напружень Коші та поверхневих зусиль за проміжок часу Δt ; $\delta(\{\varepsilon\})^{t+\Delta t}$ і $\delta(\{u\})^{t+\Delta t}$ віртуальні змінні повних деформацій та переміщень в момент часу $t + \Delta t$; $\{\sigma\}^t, \{p\}^t$ - величини векторів напружень Коші та поверхневих зусиль в момент часу t ; V і Γ об'єм та поверхня тіла, відповідно;

За наводнення матеріалу змінюються лінійні розміри його елементів та об'єм [2]. Також зміна об'єму тіла за певних умов викликає внутрішні напруження. Вважаємо, що взаємодія між атомами водню незначна. Тоді зміна концентрації водню на величину C_H за проміжок часу Δt приведе до наступного приросту водневих деформацій [7]

$$\Delta\varepsilon_{ij}^H = \alpha_{C_H} C_H = \alpha_{C_H} \{C(t + \Delta t) - C(t)\}, i, j = 1, 2, 3; \varepsilon_{ij}^H = 0 \text{ при } i \neq j, \quad (2)$$

де α_{C_H} - коефіцієнт концентраційного розширення [2].

За законом суперпозиції приріст повних деформацій рівний сумі приростів деформацій, викликаних зміною концентрації водню, та деформацій, обумовлених зовнішніми навантаженнями

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \Delta\varepsilon_{ij}^P + \Delta\varepsilon_{ij}^H. \quad (3)$$

На основі рівнянь (1-3) будемо встановлювати напружено деформований стан матеріалу, який обумовлений зміною концентрації водню у ньому.

Методика розрахунку за методом скінченних елементів. Для розв'язування задачі будемо використовувати метод скінченних елементів. Для цього розіб'ємо досліджувану область V на скінченні елементи. Тоді вектори полів переміщень можна записати через функції форми N_i та вектор вузлових переміщень $\{u\}$. Якщо врахувати співвідношення (3), то приріст напружень Коші можна обчислити так

$$\{\Delta\sigma\} = [D][B]\{\Delta u\} - [D]\{\Delta\varepsilon^H\}, \quad (4)$$

де $[D]$ - матриця пружності.

При подальших обчисленнях будемо вважати, що вектори $\{p\}$ та $\{\Delta p\}$ рівні нулю. Після врахування співвідношення (4) та нескладних перетворень рівняння (1) отримаємо скінченноелементне рівняння для визначення $\{\Delta u\}$ в момент часу $t + \Delta t$

$$[K]\{\Delta u\}_{t+\Delta t} = \{F_H\}_{t+\Delta t} + \{F_S\}_t, \quad (5)$$

де глобальні матриця жорсткості $[K]$ та вектори $\{F_H\}_{t+\Delta t}$ і $\{F_S\}_t$ для досліджуваної області обчислюються на основі таких же значень для елементів

$$[K^e] = \int_{V^e} [B]^T [D][B] dV, [F_H^e]_{t+\Delta t} = \int_{V^e} [B]^T [D]\{\varepsilon^H\}_{t+\Delta t} dV, [F_S^e]_t = \int_{V^e} [B]^T \{\sigma\}_t dV. \quad (6)$$

Знайшовши із (5) $\{\Delta u\}_{t+\Delta t}$, з (3) можна знайти $\{\Delta \sigma\}$. Тепер для моменту часу $t + \Delta t$ запишемо

$$\{\sigma\}_{t+\Delta t} = \{\sigma\}_t + \{\Delta \sigma\}. \quad (7)$$

Для числового розв'язання рівняння (5) потрібно знати вектор $\{\varepsilon^H\}$, який залежить від зміни концентрації водню за момент часу Δt . Розподіл концентрації водню у матеріалі обчислюємо на основі числового розв'язку рівняння Фіка, яке враховує вплив градієнта механічних напружень на дифузію водню [4-6]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \nabla(D\nabla C) + \nabla\left(\frac{DV_H}{RT} \nabla \sigma_h\right), \quad (8)$$

де $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ – оператор Гамільтона; D – коефіцієнт дифузії; R – універсальна газова постійна; T – абсолютна температура; V_H – парціальний молярний об'єм водню в металі; σ_h – гідростатична компонента тензора напружень в металі; t – час.

Рівняння (8) розв'язуємо при таких початкових умовах

$$C(x, y, z, t)|_{t=0} = C_0. \quad (9)$$

На частині поверхні S_c задаємо значення концентрації водню C_c , а на іншій частині S_N – потік водню ϕ , причому $S_c \cup S_N = S$.

Для розв'язування рівняння (8) використаємо метод скінченних елементів. При цьому будемо використовувати таке ж саме розбиття на скінченні елементи як і для рівняння (4). Розв'язок рівняння (8) будемо шукати у вигляді розкладу по базових функціях N_i :

$$C(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^m N_i(x, y, z) C_i(t) = \{N\}^T \{C\}, \quad (10)$$

де N_i – функції форми [9]; m – кількість вузлів у елементі; $C_i(t)$ – значення концентрації водню у i -ому вузлі скінченного елемента. Тобто

$$\{N\}^T = \{N_1 \ N_2 \ \dots \ N_m\}, \{C\}^T = \{C_1 \ C_2 \ \dots \ C_m\}. \quad (11)$$

Після запису концентрації водню у вигляді (9) та нескладних математичних перетворень отримаємо скінченноелементні рівняння для обчислення концентрації водню у вузлах скінченних елементів:

$$[M] \left[\frac{\partial C}{\partial t} \right] + [K_H][C] = [F], \quad (12)$$

де $[M]$ і $[K_H]$ - відповідно глобальні матриці ємкості концентрації та дифузійності; $\{F\}$ - вектор потоку дифузії.

Слід відмітити, що глобальні матриці $[M]$, $[K_H]$ та вектор $\{F\}$ обчислюються на основі таких же матриць для кожного елемента досліджуваного тіла. Їх можна обчислити згідно співвідношень

$$\begin{aligned} [M^e] &= \iint_{V^{(e)}} \{N\}^T \{N\} dV, \quad [K_H^e] = [K_1^e] + [K_2^e], \quad [K_1^e] = D \iiint_{V^{(e)}} [B]^T [B] dV, \\ [K_2^e] &= -\frac{DV_h}{RT} \iiint_{V^{(e)}} [B]^T [B] \{\sigma_h\} \{N\} dV, \quad \{F^e\} = -\oint_{S_N^{(e)}} \{N\}^T \Phi dS, \end{aligned} \quad (13)$$

де $V^{(e)}$ - об'єм елемента; $S_N^{(e)}$ - поверхня елемента, через яку проходить потік водню; $[B]$ - матриця диференціювання [9]; $\{\sigma_h\}$ - вектор, який містить величини гідростатичних напружень у вузлах елемента.

Запишемо рівняння (12) у наступному вигляді

$$[M] \left\{ \frac{\partial C}{\partial t} \right\} + [K_1] \{C\} = \{F\} - [K_2] \{C\}, \quad (14)$$

де матриці $[K_1]$ і $[K_2]$ складаються на основі відповідних матриць для елементів $[K_1^e]$ та $[K_2^e]$.

Слідуючи роботі [9], рівняння (14) запишемо у наступному вигляді

$$\begin{bmatrix} M_{cc} & M_{ca} \\ M_{ac} & M_{aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial C_c / \partial t \\ \partial C_a / \partial t \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{1cc} & K_{1ca} \\ K_{1ac} & K_{1aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_c \\ C_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_c \\ F_a \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{2cc} & K_{2ca} \\ K_{2ac} & K_{2aa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_c \\ C_a \end{Bmatrix}, \quad (15)$$

де індекс "с" асоціюється з відомими концентраціями (чи температурами), а індекс "а" - з невідомими. Якщо вважати, що величини C_c не залежать від часу, то невідомі значення концентрації водню C_a (при подальших викладках індекс "а" будемо опускати) можна знайти із наступного рівняння.

$$[M_{aa}] \left\{ \frac{\partial C}{\partial t} \right\} + [K_{1aa}] \{C\} = \{F_a\} - [K_{1ac}] \{C_c\} - [K_{2ac}] \{C_c\} - [K_{2aa}] \{C\}. \quad (16)$$

Для розв'язування рівняння (16) використаємо обернений метод Ейлера [9]. Для цього запишемо

$$\left\{ \frac{\partial C(t)}{\partial t} \right\} \cong \frac{\{C(t + \Delta t)\} - \{C(t)\}}{\Delta t} = \frac{\{C\}_{t+\Delta t} - \{C\}_t}{\Delta t}. \quad (17)$$

Також вважаємо

$$[K_{2ac}]_{t+\Delta t} \{C_c\} = [K_{2ac}]_t \{C_c\}, [K_{2aa}]_{t+\Delta t} \{C\} = [K_{2ac}]_t \{C\}. \quad (18)$$

Врахувавши співвідношення (17) і (18), рівняння (16) запишемо так

$$\left[\frac{[M_{aa}]}{\Delta t} + [K_{aa}] \right] \{C\}_{t+\Delta t} = \{F_a\} + \left(\frac{[M_{aa}]}{\Delta t} - [K_{2aa}]_t \right) \{C\}_t - ([K_{1ac}] + [K_{2ac}]_t) \{C_c\}. \quad (19)$$

Рівняння (14) дає можливість обчислити значення дифузії водню у досліджуваному тілі. На першому кроці при $t = \Delta t$, знаючи вектори $\{C_c\}$, $\{C\}_{t=0}$, $[K_{2aa}]_{t=0}$ та $[K_{2ac}]_{t=0}$, можна легко обчислити вектор $\{C\}_{\Delta t}$. При обчисленні $[K_{2aa}]_{t=0}$ та $[K_{2ac}]_{t=0}$ приймаємо, що гідростатичні напруження у вузлах скінченних елементів рівні нулю. Для обчислення концентрації водню при $t = 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, lt$ потрібно знати значення гідростатичних напружень у вузлах при $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots, (l-1)t$.

Використання запропонованої методики обчислення напружень, спричинених зміною концентрації водню, проілюструємо на циліндричних зразках. Оскільки такі задачі є осесиметричними, то для їх розв'язку достатньо розв'язати задачу для радіального перерізу циліндрів. Перший зразок – це суцільний циліндр радіуса b та довжини $2h$ (рис. 2). Розглядали випадки, коли він є вільний від защемлень та защемлений на одному з торців. У випадку вільних від защемлень зразків, будемо розглядати тільки їх верхню половину. Також при розрахунках будемо вважати, що потік водню є нульовим. Граничні та початкові умови для незащемленого циліндра будуть наступними

$$\begin{aligned} C(r, z, 0) &= C_0, \text{ при } 0 \leq r < b, 0 \leq z < h, \\ C(r, z, t) &= C_c, \text{ при } r = b, 0 \leq z < h, \\ C(r, z, t) &= C_c, \text{ при } 0 \leq r \leq b, z = h, \\ u_z(r, z, t) &= 0, \text{ при } z = 0, 0 \leq r \leq b. \end{aligned} \quad (20)$$

Для защемленого циліндра вони будуть такими

$$\begin{aligned} C(r, z, 0) &= C_0, \text{ при } 0 \leq r < b, 0 \leq |z| < h, \\ C(r, z, t) &= C_c, \text{ при } r = b, 0 \leq |z| < h, \\ C(r, z, t) &= C_c, \text{ при } 0 \leq r \leq b, z = h, \\ u_z(r, z, t) &= u_r(r, z, t) = 0, \text{ при } 0 \leq r \leq b, z = -h. \end{aligned} \quad (21)$$

Обчислення проводили для наводнення ($C_0 = 0, C_c = 5 \text{ mol/m}^3$) циліндра. Надалі обчислення будемо проводити при наступних параметрах: модуль Юнга $E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона $\nu=0.3$, $D = 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$, $R=8,31 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$, $V_H = 1,96 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$, $\phi=0$, $T=295 \text{ K}$, $a=5 \text{ mm}$, $b=10 \text{ mm}$, $h=40 \text{ mm}$.

При розбитті досліджуваних областей на скінченні елементи використовували лінійні чотирьохвузлові лінійні скінченні елементи. Для розв'язування рівнянь (14) та (17) на алгоритмічній мові FORTRAN було створено комплекс програм, який дозволяє знаходити зміну концентрації водню та відповідний приріст напружень для довільного моменту часу.

Рівняння (5) та (19) розв'язували з кроком $\Delta t=1$ хвилину. При цьому радіальний переріз незащемленого циліндра розбивався на 900 чотиривузлових елементів (966 вузлів). Відповідно для защемленого циліндра 1800 елементів (1911 вузлів).

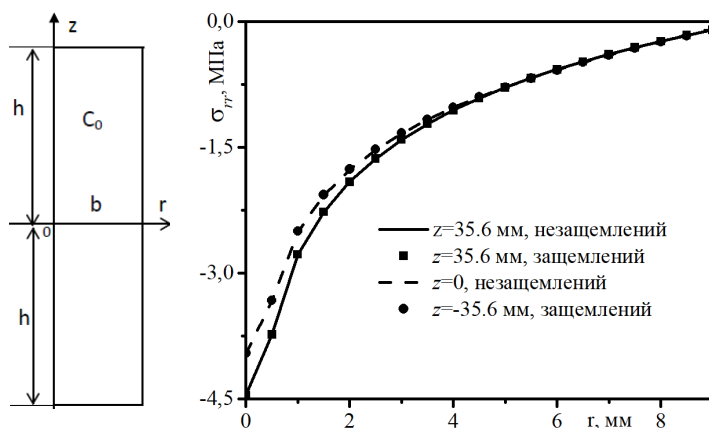


Рис. 1.

Рис. 2

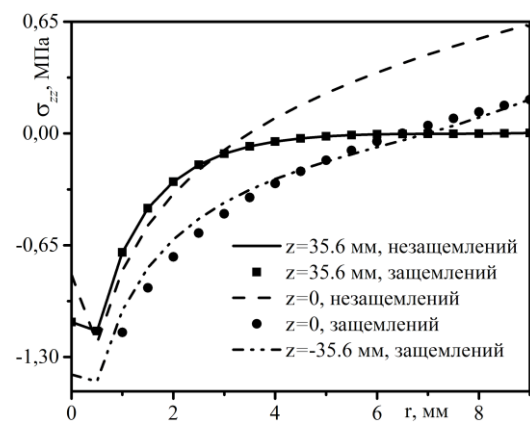


Рис. 3.

Рис. 1. Радіальний переріз суцільного циліндра.

Рис. 2. Характер зміни розподілу напружень σ_{rr} для різних z защемленого та незащемленого суцільних циліндрів при $t=100$ год.Рис. 3. Характер зміни розподілу напружень σ_{zz} для різних z защемленого та незащемленого суцільних циліндрів при $t=100$ год.

На рис. 2 подано характер зміни розподілу напружень σ_{rr} для перерізів при різних z як защемленого так і незащемленого циліндрів. Подані на цьому рисунку результати, вказують на те, що величина і поведінка цих напружень практично не залежить від значення z і однакова для защемленого та незащемленого циліндрів. Аналіз одержаних цифрових результатів підтверджує таку саму поведінку напружень $\sigma_{\phi\phi}$. Хоча у випадку напружень σ_{zz} (рис.3) такого співпадіння не спостерігається.

Аналогічні обчислення було проведено для циліндра з виточкою, яка розміщена посередині його перерізу (рис. 4). В цьому випадку $R=2.5 \text{ мм}$. Граничні та початкові умови для незащемленого циліндра з виточкою будуть наступними

$$\begin{aligned}
 C(r, z, 0) &= C_0, \text{ при } 0 \leq r < a + R - \sqrt{R^2 - z^2}, 0 \leq z < R, \\
 C(r, z, 0) &= C_0, \text{ при } 0 \leq r < b, R \leq z < h, \\
 C(r, z, t) &= C_c, \text{ при } r = a + R - \sqrt{R^2 - z^2}, 0 \leq z < R, \\
 C(r, z, t) &= C_c, \text{ при } a + R < r < b, z = R, \\
 C(r, z, t) &= C_c, \text{ при } r = b, R < z < h, \\
 C(r, z, t) &= C_c, \text{ при } 0 \leq r \leq b, z = h, \\
 u_z(r, z, t) &= 0, \text{ при } z = 0, 0 \leq r \leq b.
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

Для защемленого циліндра на торці $z=-h$ граничні та початкові умови для рівняння дифузії для нижньої частини циліндра будуть аналогічними як і для верхньої. Тільки в цьому випадку на нижньому торці $z=-h$ не задається значення C_c . Для переміщень граничні умови будуть аналогічними до защемленого суцільного циліндра (21). Незащемлений циліндр був розбитий на 1022 чотирьохвузлові елементи (1098 вузлів), а защемлений на 2058 елементів (2186 вузлів). Крок по часу $\Delta t=1$ хвилина.

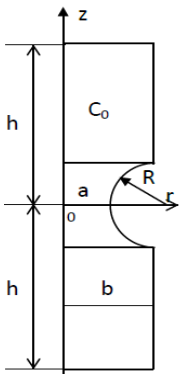


Рис. 4.

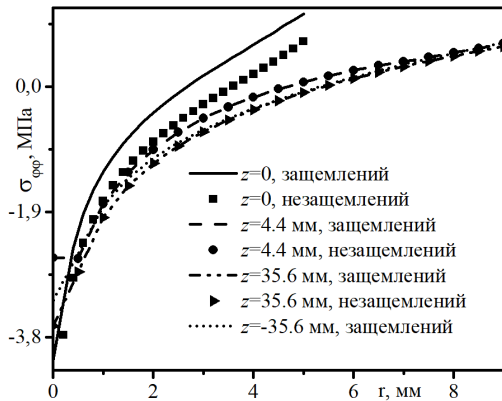


Рис. 5.

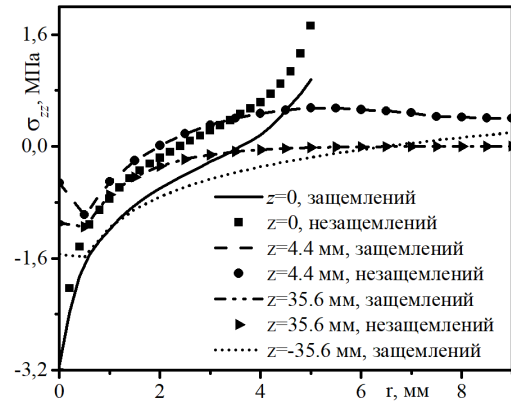


Рис. 6.

**Рис. 4. Радіальний переріз циліндра з виточкою посередині.
 Рис. 5. Порівняння зміни напружень $\sigma_{\phi\phi}$ для різних z защемленого та незащемленого циліндрів з виточкою при $t=100$ год.
 Рис. 6. Порівняння зміни напружень σ_{zz} для різних z защемленого та незащемленого циліндрів з виточкою при $t=100$ год.**

Аналізуючи графічні дані, подані на рис. 5, можна зробити висновок, що як і для попереднього випадку характер розподілу напружень $\sigma_{\phi\phi}$ при $|z| > R$ практично однаковий як для защемленого так і для незащемленого циліндрів з виточкою, причому по величині вони практично однакові для всіх z з цього діапазону. Навпаки при $|z| < R$ ці напруження суттєво залежать від того чи защемлений циліндр чи ні. Для цих z вони відрізняються від напружень для $|z| > R$. Це, очевидно, зв'язано з тим, що в цьому місці радіус циліндра є меншим від величини радіуса для інших z і зневоднення тут проходить скоріше. Аналіз одержаних цифрових даних показує, що поведінка напружень σ_{rr} , як для защемленого так і незащемленого циліндрів з виточкою, повністю збігається із поведінкою таких же напружень

для циліндра без виточки. Тобто для всіх z вони однакові як для защемленого так і для незащемленого циліндрів. Характер розподілу напружень σ_{zz} (рис. 6) при $z > R$ практично однаковий як для защемленого так і для незащемленого циліндрів з виточкою. Для всіх інших z ці напруження суттєво залежать від того чи защемлений циліндр.

Аналогічні обчислення було проведено для циліндра, в якого виточка розміщена не симетрично до його середини (рис. 7). Вважали, що нижній торець циліндра жорстко защемлений на нижньому торці $z=-h_1$. В цьому випадку $h_1=9$ мм. Всі інші розміри такі ж самі як і для симетричного циліндра. Граничні та початкові умови будуть подібними до таких же умов для симетричного защемленого циліндра з виточкою. Радіальний переріз циліндра розбили на 1378 (1472 вузли) чотирьохвузлові лінійні елементи. Крок по часу $\Delta t=1$ хвилину.

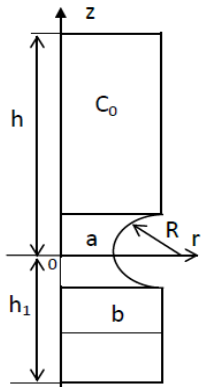


Рис. 7.

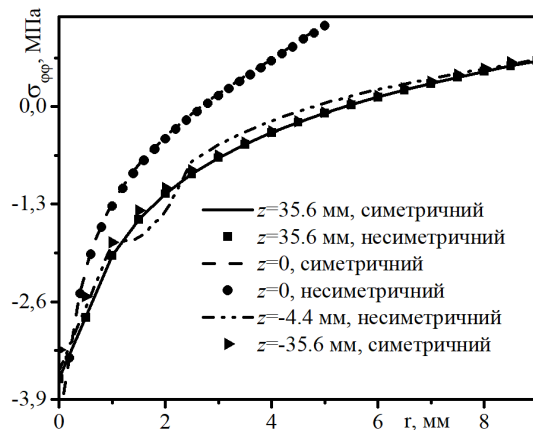


Рис. 8.

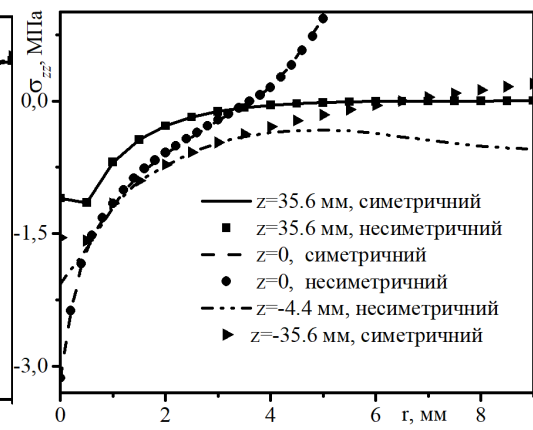


Рис. 9.

Рис. 7. Радіальний переріз несиметричного циліндра з виточкою

Рис. 8. Порівняння зміни напружень $\sigma_{\phi\phi}$ для різних z защемлених симетричного та несиметричного циліндрів з виточкою при $t=100$ год.Рис. 9. Порівняння зміни напружень σ_{zz} для різних z защемлених симетричного та несиметричного циліндрів з виточкою при $t=100$ год.

Із аналізу рис. 8 можна зробити висновок, що характер зміни напружень $\sigma_{\phi\phi}$ для перерізів при всіх z як симетричного так і несиметричного защемлених циліндрів з виточкою практично однаковий. Якщо проаналізувати одержані числові дані, то при порівнянні характеру зміни напружень σ_{rr} також буде однаковий для всіх перерізів. Так само спостерігається рівність напружень σ_{zz} практично при всіх z для симетричного та несиметричного випадків (рис. 9). Виняток складають перерізи в околі защемлень.

Розроблено методику обчислення напружень в тілі, яке перебуває у водневому середовищі. Ці напруження виникають внаслідок зміни концентрації водню. На основі принципу віртуальної роботи для квазістатичних рівнянь рівноваги у покроковому формулюванні для моменту часу $t+\Delta t$ отримано скінченноелементне рівняння для визначення приростів переміщень на кожному кроці по часу. Знаючи ці прирости переміщень можна отримати значення напружень. Отримане рівняння містить коефіцієнти, які залежать від деформацій, спричинених приростами концентрації водню за момент часу Δt . Прирости концентрації водню за момент часу Δt , а отже і водневих деформацій, визначаються із рівняння Фіка. Для розв'язування цього рівняння при різних граничних та початкових умовах подано скінченноелементне рівняння. Використання, запропонованої методики, продемонстровано для визначення напруженого стану циліндричних зразків при їх зневоднюванню або наводнюванні. Ці обчислення проводили при допомозі власної комп'ютерної програми. Так при розгляді защемленого та незащемленого суцільних циліндрів виявилось, що розподіл напружень σ_{rr} та $\sigma_{\phi\phi}$ майже однаковий і практично не

залежить від величини z . Навпаки, розподіл напружень σ_{zz} не завжди співпадає для защемленого та незащемленого суцільних циліндрів. Подібна картина спостерігається для напружень σ_{rr} і $\sigma_{\phi\phi}$ (крім області виточки) і для випадків защемленого та незащемленого циліндрів з виточкою посередині. Розподіл цих напружень в межах виточки суттєво відрізняється від розподілу поза виточкою. Напруження σ_{zz} вище виточки збігаються для защемленого та незащемленого циліндрів. На відміну від напружень σ_{rr} в області виточки напруження σ_{zz} та $\sigma_{\phi\phi}$ для цих циліндрів не співпадають. Якщо розглядати розподіл напружень у защемлених симетричному і несиметричному циліндрах з виточкою, то розподіл всіх напружень практично однаковий. Тільки для σ_{zz} він буде різний в районі защемлення.

Список використаних джерел

1. Mathematical modeling of hydroelastic effect of slowing down of diffusion processes in metal–hydrogen system / Zh. L. Glukhova, V. A. Goltsov, T. A. Schegoleva, E. N. Lyubimenko, R. V. Kotelva // *Int. J. Nucl. Hydrogen Prod. App* – 2008. – № 4. – P. 334-342.
2. Водородные концентрационные напряжения: природа, экспериментальные проявления, значимость для техники / В. А. Гольцов, Ж. Л. Глухова, Е. Н. Любименко, Т. А. Щеголева // *Наук. пр. ДонНТУ. Металургія*. – 2009. – Вип. 11(159). – С. 165-173.
3. Staschuk M. H. Mutual influence of stress-strain state and hydrogen concentration in the metal-hydrogen system / M. H. Staschuk // *Material Science*. – 2011. – 47, №4. – P. 400-508.
4. Panasyuk V. V. Influence of the stress-strain state on the distribution of hydrogen concentration in the process zone system / V. V. Panasyuk, Ya. L. Ivanyts'kyi, O. V. Hembara, V. M. Boiko // *Material Science*. – 2014. – 50, №3. – P. 315-323.
5. Krom A. H. M. Hydrogen transport near a blunting crack tip / A. H. M. Krom, R. W. J. Koers, A. Bakker // *J. Mech. Phys. Solids*. – 1999. – 47, №4. – P. 971-992.
6. Kanayama H. Mefane et al. Numerical analysis of hydrogen diffusion problems using the finite element method / H. Kanayama, T. Shingoh, S. Ndong // *J. Theoretical and Applied Mechanics Japan*. – 2008. – 56. – P. 389-400.
7. Staschuk M. H. Influence of hydrogen concentration on the stresses in a solid metallic cylinder M. H. Staschuk // *Material Science*. – 2017. – 53, №6. – P. 824-830.
8. Filho O. J. A. G. Creep-rupture behavior of a cruciform specimen under equal triaxial tension / O. J. A. G. Filho // *Int. J. Mech. Sci.* – 1992. – 34, №10. – P. 769-783.
9. Hutton D. W. Fundamentals of finite element analysis / D. W. Hutton. – New York: McGraw-Hill, 2004. – 494 p.

References

1. Glukhova, Zh. L., Goltsov, V. A., Schegoleva, T. A., Lyubimenko, E. N. & Kotelva, R. V., 2008. Mathematical modeling of hydroelastic effect of slowing down of diffusion processes in metal–hydrogen system. *Int. J. Nucl. Hydrogen Prod. App*, 4, pp. 334-342.
2. Hol'tsov, V. A., Hlukhova, Zh. L., Lyubymenko, E. N. & Shcheholeva T. A., 2009. Vodorodnye kontsentratsyionnye napryazhenyya: pryroda, eksperymental'nye proyavlenyya, znachymost' dlya tekhniky [Hydrogen concentration stresses: nature, experimental manifestations, significance for technology]. *Scientific works of Donetsk National Technical University. Series: Metallurgy*, 11(159), pp. 165-173.
3. Staschuk, M. H., 2011. Mutual influence of stress-strain state and hydrogen concentration in the metal-hydrogen system. *Material Science*, 47, 4, pp. 400-508.
4. Panasyuk, V. V., Ivanyts'kyi, Ya. L., Hembara, O. V. & Boiko, V. M., 2014. Influence of the stress-strain state on the distribution of hydrogen concentration in the process zone system. *Material Science*, 50, 3, pp. 315-323.
5. Krom, A. H. M. Koers, R. W. J. & Bakker, A. 1999. Hydrogen transport near a blunting crack tip. *J. Mech. Phys. Solids*, 47, 4, pp. 971-992.

6. Kanayama, H., Shingoh, T. & Ndong, S., 2008. Mefane et al. Numerical analysis of hydrogen diffusion problems using the finite element method. *J. Theoretical and Applied Mechanics Japan*, 56, pp. 389-400.
7. Staschuk, M. H., 2017. Influence of hydrogen concentration on the stresses in a solid metallic cylinder. *Material Science*, 53, 6, pp. 824-830.
8. Filho, O. J. A. G., 1992. Creep-rupture behavior of a cruciform specimen under equal triaxial tension. *Int. J. Mech. Sci*, 34,10, pp. 769-783.
9. Hutton, D. W. 2004. *Fundamentals of finite element analysis*. New York: McGraw-Hill.



МУКАЧІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

89600, м. Мукачево, вул. Ужгородська, 26

тел./факс +380-3131-21109

Веб-сайт університету: www.msu.edu.ua

E-mail: info@msu.edu.ua, pr@mail.msu.edu.ua

Веб-сайт Інституційного репозитарію Наукової бібліотеки МДУ: <http://dspace.msu.edu.ua:8080>

Веб-сайт Наукової бібліотеки МДУ: <http://msu.edu.ua/library/>