Мукачівський державний університет

Педагогічний факультет

Кафедра педагогіки дошкільної та початкової освіти

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ НУМЕРАЦІЇ БАГАТОЦИФРОВИХ ЧИСЕЛ ТА АРИФМЕТИЧНИХ ДІЙ НАД НИМИ

Методичні рекомендації для самостійної роботи студентів з дисципліни
«Методика навчання освітньої галузі Математика»
для студентів
денної та заочної форм навчання
спеціальності 013 «Початкова освіта» Ос «Бакалавр»

Мукачево
2017

ББК

Методика вивчення нумерації багатоцифрових чисел та арифметичних дій над ними: Методичні рекомендації для самостійної роботи студентів з дисципліни «Методика навчання освітньої галузі Математика» для студентів денної та заочної форм навчання спеціальності 013 «Початкова освіта» Ос «Бакалавр» / Укладач Г.В. Щербан. – Мукачево: МДУ, 2017.– 72 с. (2 авт.арк).

Обговорено і схвалено на засіданні кафедри педагогіки дошкільної та початкової освіти, протокол № __ від «___» вересня __________ р.

Укладач: Г.В. Щербан

Відповідальний
за випуск: В.І. Кобаль, зав. кафедрою педагогіки дошкільної та початкової освіти,
кандидат педагогічних наук, доцент,
Мукачівський державний університет

Рецензент:

В Методичних рекомендації для самостійної роботи студентів з дисципліни «Методика навчання освітньої галузі Математика розглядається актуальна проблема вивчення нумерації та арифметичних дій над багатоцифровими числами. Робота над нумерацією та арифметичними діями розглядається концентрично, що забезпечує систематичне повторення і поглиблення знань і вмінь, відповідає психологічному розвитку учнів. Особлива увага приділена формуванню понять розряду, розрядної одиниці, розрядного числа, а також класу і одиниці класу. У роботі представлено практичні рекомендації щодо вивчення основних завдань нумерації багатоцифрових чисел, подано зразки міркувань (пояснень) щодо письмового виконання арифметичних дій над багатоцифровими числами. Методичні рекомендації адресовано студентам зі спеціальності «Початкова освіта»

ЗМІСТ

ВСТУП

Оволодіння обчислювальними навичками та вміннями- складний та довготривалий процес, який вимагає від усіх учасників навчального процесу значних зусиль та ретельної роботи. У розкритті основних питань початкового курсу математики велику увагу приділено формуванню усних та письмових обчислень.

Сформувати в учнів обчислювальні навички означає визначити, які операції і в якій послідовності їх виконувати, щоб знайти значення числового виразу. Ознайомлюючи учнів з новим обчислювальним прийомом вчитель вчить учнів проводити обґрунтування кожної основної операції, вказувати теоретичні основи (положення), які покладені в основу цього прийому, тобто проводити повне пояснення виконання дій.

Вдосконалення вмінь призводить до того, що на вищому рівні окремі ланки міркувань випадають, уміння набирає згорнутості, всі операції учнями усвідомлюються і можна проводити короткі пояснення щодо виконання дій.

У методичному посібнику розглядається система роботи з вивчення нумерації багатоцифрових чисел та арифметичних дій над ними. Значна увага звертається на використання термінології при вивченні нумерації багатоцифрових чисел та арифметичних дій над ними, на свідоме і міцне засвоєння правил та алгоритмів письмового виконання арифметичних дій, над усвідомленням особливостей виконання арифметичних дій у кожному концентрі.

Робота над нумерацією та арифметичними діями будується в початковому курсі концентрично. Програмою намічена система поступового розширення області розглядуваних чисел: перший десяток, другий десяток, сотня, тисяча, багатоцифрові числа (в межах мільйона). Принцип «концентричності» в основному стосується нумерації і арифметичних дій. Інші питання програми вивчаються за лінійним принципом. Тому точніше буде сказати, що програмовий матеріал вивчається за концентрично-лінійним принципом. Навчання починається з невеликих чисел. Числова область поступово розширюється і вводяться нові поняття. Така побудова курсу забезпечує систематичне повторення і поглиблення знань і вмінь, відповідає психологічному розвитку учнів. Особливо вона корисна для формування поняття про систему числення. Поняття розряду, розрядної одиниці, розрядного числа, а також класу і одиниці класу знаходять свій розвиток від концентру до концентру.

Отже, основою курсу математики початкових класів є нумерація і чотири арифметичні дії над цілими невід’ємними числами.

1. Теоретичні основи вивчення нумерації багатоцифрових чисел

Поняття натурального числа є одним з основних понять математики. Виникло воно, як і вся наука математика, із потреб практичної діяльності людей. Складалось поняття натурального числа поступово, в процесі розв'язування задач спочатку практичного, а потім і теоретичного характеру, які постійно ускладнювались. Причиною, яка привела людину до створення натуральних чисел, є необхідність зрівнювати між собою різні скінченні множини.

В результаті дуже довгого періоду розвитку людина прийшла до наступного етапу створення натуральних чисел – для порівняння множин стали застосовувати множини-посередники: дрібні камінці, мушлі, пальці.

Тільки після того, як людина навчилась оперувати множинами-посередниками, встановила те спільне, що існує, наприклад, між п'ятьма пальцями і п'ятьма яблуками, тобто коли відбулось відхилення від природи елементів множин-посередників, виникло поняття про натуральне число. На цьому етапі при лічбі, наприклад, яблук, не перераховувались вже "одне яблуко", "два яблука" і т.д., а проговорювались слова "один", "два" і т.д. Це був найважливіший етап в розвитку поняття числа. Історики вважають, що це відбулось в кам'яному віці, в епоху первіснообщинного ладу, приблизно в X-V тисячолітті до нашої ери.

З часом люди навчились не тільки називати числа, але й позначати їх, а також виконувати над ними дії. Людині в практичній діяльності доводиться не тільки вести лічбу предметів, але й вимірювати різні величини: довжину, масу, час і т.д. Тому до виникнення натуральних чисел привела не тільки потреба в лічбі, а й задача вимірювання величин.

Як відомо, натуральними числами називаються числа, які використовуються при лічбі предметів.

А що являє собою процес лічби? Нехай нам задано множину $A = \{a, b, c, d\}$. Вказуючи на кожний елемент цієї множини, говоримо: "перший", "другий", "третій", "четвертий". І на ньому процес лічби закінчується, оскільки використали всі елементи множини A. Ведучи лічбу, дотримуємося ряду правил: першим при лічбі може бути вказаний будь-який елемент множини *А,* але ні один елемент не повинен бути пропущеним або порахованим двічі.

Полічивши елементи множини *А* (чотири елементи), отримуємо кількісну характеристику цієї множини. Але щоб її отримати, використовували порядкові натуральні числа "перший", другий , "третій", "четвертий". Іншими словами, використали множину {1,2, 3, 4,}, яку називають відрізком натурального ряду.

Означення. Відрізком *N* натурального ряду називається множина натуральних чисел, що (чисельність якої?) не перевищує натурального числа *а.*

Використовуючи запис множини, для елементів якої вказано характеристичну властивість, можна записати, що

$$N_a = \{x / x \in N, x \leq$$

Наприклад, відрізок N_7 – множина натуральних чисел, що не перевищують числа 7, тобто $N_7 = \{1,2,3,4,5,6,7\}$.

Відмітимо дві важливі властивості відрізків натурального ряду.

1) Будь-який відрізок N_a містить одиницю. Ця властивість випливає з означення відрізка N_a.

2) Якщо число *х* належить відрізку N_a і $x \neq a$, то і безпосередньо наступне за ним число $x+1$ також належить N_a .

Введення означення відрізка натурального ряду дозволяє уточнити поняття лічби елементів множини. Але перш за все відмітимо, що в процесі лічби елементів множини $A = \{a, b, c, d\}$ кожному елементу цієї множини було поставлене число із відрізка N_A, тобто було встановлено взаємно однозначну відповідність між множиною *А* і відрізком N_A натурального ряду.

Означення. Лічбою елементів множини *А* називається встановлення взаємно однозначної відповідності між множиною *А* і відрізком натурального ряду N_a .

Число *а* називають числом елементів у множині *А* і пишуть: $n(A)=a$. Це число *а* єдине і є кількісним натуральним числом.

Таким чином, при перелічуванні елементи скінченної множини *А* не тільки розміщуються в певному порядку (при цьому використовуються порядкові натуральні числа, виражені числівниками "перший", "другий", "третій" і т.д.), але і встановлюється також, скільки елементів містить множина *A* (при цьому використовуються кількісні натуральні числа, виражені числівниками "один", "два", "три" і т. д.)

Аналіз суті лічби показує – для того щоб лічити, необхідно наперед мати достатній запас чисел, причому числа повинні мати ряд властивостей: розміщуватися в певному порядку, повинне існувати перше чисто і т. д. Тісний зв'язок порядкового і кількісного числа знайшов відображення і в початковому навчанні математики. З цими сторонами числа учні знайомляться вже при вивченні чисел першого десятка. Відбувається це при лічбі елементів різних множин. Відповідь на питання: "Скільки предметів містить дана множина? " - виражається кількісним натуральним числом, а порядкове число вказує, яке місце при лічбі займає той чи інший предмет, і відповідає на питання: "Котрим при лічбі буде даний предмет?"

Наприклад, у першому класі, при вивченні числа і цифри 4, можна запропонувати завдання:

« - Скільки звіряток  *ти бачиш на малюнку? Полічи*

–Скільки намистинок  *на одній нитці? Полічіть.»*.

В цьому випадку кількість звіряток чи намистинок буде виражатися кількісним натуральним числом. Але, якщо у цьому ж завданні буде запитання

« - Котрою при лічбі є жовта намистинка, якщо рахувати справа наліво? А якщо зліва – направо?» , то в цьому випадку одержане число буде порядковим. (вправа 1) [3, 14]

1.2. Теоретико-множинний зміст кількісного натурального числа і нуля. Множина цілих невід'ємних чисел

Лічба служить як для впорядкування елементів скінченої множини, так і для визначення їх кількості і що в загальному випадку порядкове число веде до кількісного.

Всі множини одного і того ж класу мають однакову потужність. Цю спільну властивість всіх множин одного класу еквівалентності і вважають *натуральним числом*. Наприклад, спільна властивість множин, рівнопотужних множині вершин трикутника, є натуральне число "3", а спільна властивість множин, рівнопотужних множині сторін прямокутника, є натуральне число "4".

Таким чином, з теоретико-множинної точки зору, кількісне натуральне число є спільною властивістю класу скінчених рівнопотужних множин. З цим явищем учні вже знайомляться в 1 класі. Наприклад, при ознайомленні з числом 4, вчитель виставляє на дошку різні геометричні фігури. Учням потрібно полічити предмети в кожній групі і написати відповідне число, що вказує на те, скільки в цій групі предметів.

« - Погляньте на голубі трикутнички і сині кружечки. Чим різняться ці групи фігур? (в одній групі – трикутники, в другій – кружечки; в одній групі предмети голубого кольору, в другій – синього)

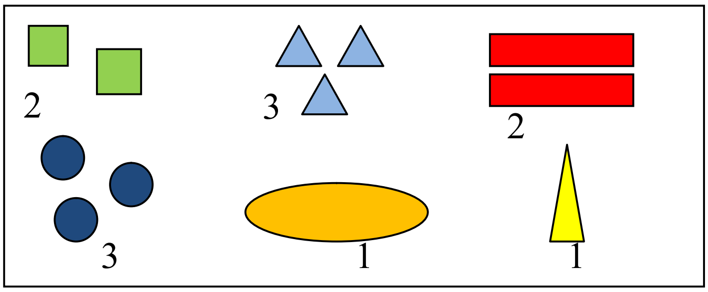


Рис.1

– *Скільки предметів є в кожній групі? Давайте, полічимо. В кожній групі є по 3 предмети. Запишемо це число під цими предметами. Як позначається цифра 3 на письмі?*

– *Отже, що спільного в цих групах? (кількість предметів)»* Кожному класу ставиться у відповідність одне і тільки одне натуральне число, кожному натуральному числу – один і тільки один клас рівнопотужних скінчених множин.

Кожній скінченій множині *A* ставиться у відповідність одне і тільки одне натуральне число $a = n(A)$, але кожному натуральному числу a ставляться у відповідність різні рівнопотужні множини одного класу еквівалентності.

Число "0" також має теоретико-множинний зміст – воно ставиться у відповідність порожній множині: $0 = n(\text{A})$.

Об'єднання натуральних чисел і числа 0 дає множину цілих невід'ємних чисел: $N \cup \{0\} = \text{No}$.

В початковому курсі математики кількісне натуральне число розглядають як спільну властивість класу скінчених рівнопотужних множин. Тому, коли учні вивчають число "1", на сторінці підручника наведені зображення одного предмета: одне відро, одна дівчинка, один стіл і т.д.; коли вивчають число "3", на сторінках підручника наводяться зображення різних сукупностей, що містять три елементи: три кубики, три м'ячі, три палички і т.д. Так відбувається при вивченні всіх чисел першого десятка, але число елементів у множині визначається шляхом лічби. Таким чином, кількісне і порядкове натуральні числа виступають в початковому навчанні в тісному взаємозв'язку.

В основу вивчення нумерації чисел (і не лише багатоцифрових) покладені загальні поняття теорії множин. І хоча учням початкових класів це не розповідається, а подається їм все на простому зрозумілому їм рівні, вчителі повинні усвідомлювати і розуміти основні властивості, означення та види множин.

1.3. Методика вивчення нумерації багатоцифрових чисел та

Концентр багатоцифрових чисел завершує курс цілих невід'ємних чисел, що вивчають у початковій школі. Цільовою настановою вивчення програмового матеріалу концентру є засвоєння учнями усної і письмової нумерації чисел перших двох класів та прийомів письмового виконання чотирьох арифметичних дій. [5, 163]

У вивченні нумерації багатоцифрових чисел є такі два основні підходи:

а) числа вивчають у порядку збільшення (нарощування) розрядів, тобто починають вивчати чотирицифрові числа, потім п'яти- і шестицифрові, а вже після цього дають поняття про клас;

б) числа вивчають за класами, після першого класу йде другий, а потім вивчають перші два класи разом. Кожний з підходів має як позитивні, так і слабкі місця. В чинній програмі і підручниках для початкової школи реалізується перший підхід. Особливістю вивчення нумерації багатоцифрових чисел є те, що усну і письмову нумерації опрацьовують одночасно. [7, 66]

На етапі підготовки до вивчення теми треба повторити і закріпити знання молодших школярів з нумерації трицифрових чисел (читання і запис чисел, назви розрядних чисел, десятковий склад трицифрових чисел) та про натуральну послідовність чисел у межах 1000, звернути увагу на співвідношення між розрядними одиницями, помісцеве значення цифр у записі числа. Бажано ґрунтовно опрацювати відкладання чисел на рахівниці. [2, 98]

1.4. Вивчення нумерації чотирицифрових чисел.

Вивчення нумерації чотирицифрових чисел проводять у такій послідовності:

- називання чисел за межами першої тисячі;
- утворення числа 2000 і лічба тисячами до 10 000 (називання розрядних чисел першого розряду другого класу);
- утворення, читання і записування будь-яких чотирицифрових чисел;
- десятковий склад чисел і визначення всього числа десятків, сотень і тисяч у числі.

Такий підхід застосовують і при дальшому розширенні множини багатоцифрових чисел. [9,147]

Розглянемо деякі ключові моменти при вивченні даної теми на основі фрагментів уроків.

Тема. Утворення, називання і читання чотирицифрових чисел в межах 2000.

Бесіда. Ми вміємо називати, читати і записувати числа до 1000. Але є числа, більші від 1000. Якщо до тисячі додати одиницю, дістанемо число *тисяча один.* За числом *тисяча один* йде число *тисяча два,* а потім – *тисяча три, тисяча чотири, тисяча п’ять* і т.д.

– Розгляньте малюнок і скажіть, яке число тут зображено за допомогою пучків-паличок і окремих паличок. (Число *двісті тридцять два.)*

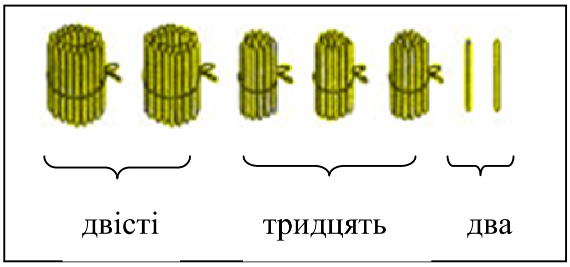


Рис. 5

– А зараз розгляньте інший малюнок, і скажіть, яке тут зображено число за допомогою пучків-паличок. У найбільшому пучку одна тисяча паличок. (Число *тисяча двісті тридцять два.)*

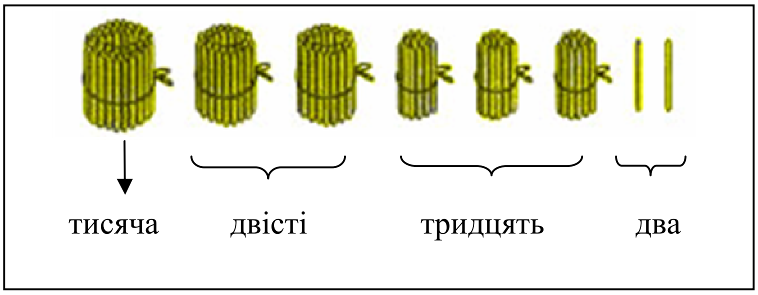


Рис. 6

– Так, це число *тисяча двісті тридцять два.* У ньому одна тисяча, дві сотні, три десятки і дві одиниці. Це *чотирицифрове* число. У чотирицифровому числі крім розрядів одиниць, десятків і сотень є ще розряд тисяч.

– Розглянемо запис чотирицифрових чисел у нумераційній таблиці 1. Прочитаємо ці числа.

Таблиця 1

Тисячі	Сотні	Десятки	Одиниці		
1	2	4	3	*1243*	*(тисяча двісті сорок три)*
1	3	9	0	*1390*	*(тисяча триста дев'яносто)*
1	5	0	0	*1500*	*(тисяча п'ятсот)*
1	5	0	7	*1507*	*(тисяча п'ятсот сім)*
1	0	0	1	*1001*	*(тисяча один)*

Учитель читає числа, записані в таблиці, а потім пропонує учням прочитати їх повторно.

Тема. Читання і запис чотирицифрових чисел в межах 2000. Утворення другої тисячі. Лічба тисячами до 10 000.

Читання і запис чотирицифрових чисел.

1. - Прочитайте числа в нумераційній таблиці (1 237, 1 308, 1 021).

Таблиця 2

Тисячі	Сотні	Десятки	Одиниці
1	2	3	7
1	3	0	8
1	0	2	1

- Прочитайте числа, записані на дошці (1 002, 1 010, 1 333, 1 080).
- Тисяча два, тисяча десять, тисяча триста тридцять три, тисяча вісімдесят.
- Назвіть "сусідів" кожного числа (249, 1 005, 1 050, 1 500).
- "Сусідами" числа 249 є числа 248 та 250; 1005 – 1004 та 1006; 1050 – 1049 та 1051; 1500 – 1499 та 1501.

2. Запишіть на дошці і в свої нумераційні таблиці такі числа: *тисяча триста сорок вісім; тисяча сімсот сім; тисяча дев'ятсот дев'яносто; тисяча сто п'ять.*

Таблиця 3

Тисячі	Сотні	Десятки	Одиниці	
1	3	4	8	*1348*
1	7	0	7	*1707*
1	9	9	0	*1990*
1	1	0	5	*1105*

3. Запишіть в зошитах (без нумераційної таблиці) числа: *двісті шістдесят вісім; тисяча двісті шістдесят вісім; тисяча вісімсот; тисяча вісімдесят; тисяча дев'ятсот дев'яносто дев'ять.*

Запис в зошитах учнів: 268, 1268, 1800, 1080, 1999.

Після виконання подібних вправ учні усвідомлюють, що якщо при читанні числа звучить слово "тисяча", то число буде чотирицифровим, де перша цифра зліва буде вказувати на кількість тисяч у числі. Крім того, слід звернути особливу увагу на те, що при читанні чисел від 1000 до 2000, слово "одна" упускається (читаємо *тисяча триста*, а не *одна тисяча триста).* [7, 66]

Тема. Утворення другої тисячі і лічба тисячами до 10 000.

Бесіда. У числі 1 999 маємо 1 тис, 9 сот., 9 дес. і 9 од. Це можна записати так: 1 999 = 1 000 + 900 +90+9.

– Утворимо більше число. Для цього додамо до числа 1 999 одиницю.

1 999 + 1 =

= 1 000 + 900 + 90 + 9 + 1 = 1 000 + 900 + 90 + 10 =

= 1 000 + 900 + 100 = 1 000 + 1 000 = 2 000

– Отже, наступне число за числом 1 999 є число 2 000.

– Із запису 1 000 + 1 000 = 2 000 випливає, що тисячами можна лічити як новими лічильними одиницями: 1 тис, 2 тис, 3 тис і т.д.

– На рахівниці тисячі відкладають на четвертій дротині знизу. Полічіть тисячами і відкладіть кісточки на рахівниці до 10 тисяч. (Виконання завдання варто продублювати).

– Запишемо тисячі від 1 000 до 10 000:

1 000, 2 000, 3 000, 4 000, 5 000, 6 000, 7 000, 8 000, 9 000, 10 000.

Тема. Розкладання числа на розрядні доданки

Бесіда. – Якщо в чотирицифровому числі є одиниці кожного з розрядів, то при розкладанні на доданки будемо мати 4 доданки. Якщо в числі відсутні одиниці якого-небудь розряду, то доданків буде менше, ніж 4.

– Покажемо це на прикладі. 3 745 = 3 000 + 700 + 40 + 5; 6 808 = 6 000 + 800 + 8.

– Розкладіть на розрядні доданки числа: 2 788, 3 400, 3 040,8 808. (2000 + 700 + 80 + 8; 3000 + 400; 3000 + 40; 8000 + 800 + 8). Якщо доданками є різні розрядні числа, то таку суму легко записати у вигляді одного числа. Наприклад, 5 000 + 5 = 5 005; 6 000 + 700 + 70 = 6 770.

Після цього учні виконують вправи на читання чисел, розкладання їх на розрядні доданки, утворення числа з розрядних чисел забезпечують підготовку до записування будь-яких чотирицифрових чисел під диктовку.

Завдання на записування чисел подають у таких формулюваннях:

1. Запишіть число, що містить 3 тис, 7 сот., 6 дес. і 9 од.; 8 тис. і 7 дес.; 9 тис. і 6 од.

(3769; 8070; 9006)

2. Запишіть цифрами такі числа: *сім тисяч вісімсот тридцять п'ять; чотири тисячі двісті.*

(7835; 4200)

3. Запишіть шість послідовних чисел, починаючи з числа 3 998. Перевіряючи правильність виконання завдань, учитель пропонує учням проаналізувати десятковий склад одного — двох чисел.

(3998; 3999; 4000; 4001; 4002;4003.

– Розкладемо число 3999 на розрядні доданки: 3999 = 3000 + 900 + 90 + 9. А зараз розкладемо на розрядні доданки число 4002 = 4000 + 2.) [5, 165-167]

Тема. Визначення числа десятків, сотень і тисяч у числі.

Спочатку учні визначають число десятків і сотень у трицифрових числах.

Підготовчою правою може бути вправа 146 у підручнику за 4 клас:

- Кожну суму запиши як одне число

300+2. До 300 додати 2 одиниці – утвориться 302 одиниці, що записуємо за допомогою числа 302;

40+500. Використовуючи переставну властивість, запишемо цю суму як 500 + 40. Оскільки і число 500, і число 40 є рядними доданками, то легко знайти, що вони утворюють число 540 ;

4000 + 50. У даній сумі присутні лише круглі тисячі та десятки, сотень нема. Тому на місці сотень буде стояти нуль. На місці ж десятків стоятиме число 5, адже саме стільки десятків ми додаємо до 4000. Тому 4000 + 50 = 4050 ;

3000 + 200. Подібно до попереднього прикладу, тут присутні лише два розрядні доданки – тисячі та сотні. Додавши, отримаємо, що 3000 + 200 = 3200;

8000+ 800 + 8. В цій сумі присутні і тисячі, і сотні, і одиниці, але відсутні круглі десятки. Тому у результаті на місці десятків стоятиме нуль. Сумою ж цих чисел буде число 8808;

8000 + 800 + 80. Ця сума подібна до попередньої, за одним винятком: тут відсутні одиниці, але присутні круглі десятки. Враховуючи це, сумою цих трьох доданків буде число 8880.

- Розклади на розрядні доданки числа:

<u>1105.</u> В даному числі на місці тисяч стоїть цифра 1, що означає, що в ньому1 тисяча. На місці сотень теж стоїть цифра 1, що означає, що сотень в числі теж 1. На місці десятків стоїть цифра 0, що означає, що десятків в цьому числі нема. Цифра 5 в числі ж означає, що в ньому є 5 одиниць розряду. Отже, число

1105 = 1·1000 + 1·100 + 5;

<u>7007.</u> В цьому числі на місці сотень та десятків стоїть 0, що означає, що ні сотень, ні десятків в числі нема. Число 7 зліва означає, що в числі 7 тисяч, а число 7 справа – що 7 одиниць. Отже, число 7007 = 7·1000 + 7.

- Виконай дії:

99 + 1. 99 ми можемо записати як суму 90 + 9. Якщо до цього додамо ще 1, отримаємо

90 + 9 + 1 = 90 + (9 + 1) = 90 + 10 = 100;

999 + 1. Подібно до попереднього прикладу, розкладемо число 999 на розрядні доданки, и так додамо 1.

999 = 900 + 90 + 9; 900 + 90 + 9 + 1 = 900 + 90 + (9 + 1) = 900 + 90 + 10 = 900 + (90 + 10) = 900 + 100 = 1000;

9999 + 1. Аналогічно до попередніх двох прикладів: 9000 + 900 + 90 + 9 + 1 = 9000 + 900 + 90 + (9 + 1) = 9000 + 900 + 90 + 10 = 9000 + 900 + (90 + 10) = 9000 + 900 + 100 = 9000 + (900 + 100) = 9000 + 1000 = 10000.

Після цього учням пропонується завдання: (№147 підручника)

– *Скільки в кожному із записаних у таблиці чисел тисяч; сотень; десятків; одиниць?*

Таблиця 4

Число	Тисяч	Сотень	Десятків	Одиниць
8456 6303 9010	8	4	5	6

– Скільки в кожному числі всього тисяч; усього сотень; усього десятків; усього одиниць?

Таблиця 5

Число	Усього			
	тисяч	сотень	десятків	одиниць
8456 6303 9010	8	84	845	8456

– Як визначити, скільки у числі всього десятків? (Треба відкинути цифру одиниць і прочитати число, утворене рештою цифр). [4, 21-22]

Теоретичною основою визначення загальної кількості одиниць, десятків, сотень, тисяч є спосіб утворення числа:

А) визначення кількості десятків

$8456 = 8000 + 400 + 50 + 6 = 800 \cdot 10 + 40 \cdot 10 + 5 \cdot 10 + \underset{\textit{од}}{\underline{6}}$

$= (800 + 40 + 5) \cdot 10 + 6 = = 845 \cdot 10 + 6$

Б) визначення кількості сотень

$8456 = 8000 + 400 + \underset{\textit{56од.}}{\underline{50 + 6}} = 80 \cdot 100 + 4 \cdot 100 + 56 =$

$84 \cdot 100 + 56$

Тут варто ознайомити учнів з діями над круглими тисячами. Пояснення подають, використовуючи перехід до записування числа в тисячах:

– Скільки нулів у числі тисяча? (три)

– Якщо у нас число закінчується трьома нулями, ми можемо закрити рукою ці три нулі, і тоді ми дізнаємось, скільки всього в числі тисяч. Іноді це набагато спрощує виконання тих чи інших дій.

3000 + 4000 = □
3 тис. + 4 тис. = 7 тис.

8000 : 2 = □
8 тис. : 2 = 4 тис.

Отже, під час роботи над чотирицифровими числами, учні повинні усвідомити, яка різниця між поняттями "десятків у числі" та "всього десятків у числі". Також велика увага приділяється правильному запису чотирицифрових чисел, адже учні часто помиляються, собливо якщо у числі відсутній один, а то й 2 розряди.

1.5. Вивчення нумерації п’ятицифрових чисел

Після вивчення чотирицифрових чисел, учні починають вивчати п’ятицифрові. Але ця тема по суті не є для них важкою, адже принципи нумерації п’ятицифрових чисел майже нічим не відрізняються від нумерації чисел, які вони вивчали до цього (трицифрові, чотирицифрові числа, наприклад).

Тематика вивчення нумерації п’ятицифрових чисел така:

- читання і записування п’ятицифрових чисел в межах 20 000 (вихід за межі 10 000);
- утворення числа 20 000 і лічба десятками тисяч до 100 000 (називання розрядних чисел другого розряду другого класу);
- утворення, читання і записування будь-яких п’ятицифрових чисел;
- порівняння чисел і визначення числа десятків, сотень і тисяч у п’ятицифровому числі.

Методика опрацювання матеріалу аналогічна до вивчення нумерації чотирицифрових чисел. Розглянемо лише основні завдання, що вивчаються в процесі опрацювання нового матеріалу на цих уроках.

1. 10 000 + 1 = 10 001. Якщо до 10 000 додати один, дістанемо число *десять тисяч один.* За цим числом іде число *десять тисяч два,* потім — *десять тисяч три* і т.д. Назвіть числа від *десяти тисяч* до *десяти тисяч дванадцяти.* (№156 підручника)

2. *Прочитайте числа, записані в таблиці.* (№ 157 підручника)

Десятки тисяч	Одиниці тисяч	Сотні	Десятки	Одиниці
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	3	2	7
1	1	0	0	0
1	2	0	0	0
1	3	4	5	8

(*Десять тисяч один; десять тисяч десять; десять тисяч триста двадцять сім; одинадцять тисяч; дванадцять тисяч; тринадцять тисяч чотириста п'ятдесят вісім*).

– П'ятицифрові числа, як і чотирицифрові, читаються зліва-направо, тобто, починаємо читати з одиниць найвищого розряду. В п'ятицифрових числах найвищим розрядом є розряд десятків тисяч. У першому числі у нас є 1 десяток тисяч, одиниць тисяч немає. Це означає, що в числі – 10 тисяч. Ідемо далі. Сотень та десятків в числі теж нема, але є 1 одиниця. Нам залишилось лише прочитати це число. Слід пам'ятати, що спочатку називаємо тисячі, а потім – одиниці. Отже, перше число – десять тисяч один.

– Дивимось на наступне число. Воно схоже до попереднього, відрізняється лише тим, що тут число 1 стоїть не в розряді одиниць, а в розряді десятків, що означає, що в числу не 1 одиниця, а цілий десяток. Прочитаємо це число: десять тисяч десять.

– В наступному числі знову ж таки 10 тисяч, але в ньому уже присутні і сотні, і десятки, і одиниці. Прочитаємо трицифрове число, закриваючи перші два стовпчики зліва. (триста двадцять сім). А зараз прочитаємо все п'ятицифрове число, пам'ятаючи, що спочатку читаємо тисячі, а потім – решту. (десять тисяч триста двадцять сім).

– Наступне число відрізняється від попередніх тим, що в ньому вже з'явились одиниці тисяч. Якщо в числі є і десятки тисяч, і одиниці тисяч, то ми читаємо це як у звичайному двоцифровому числі. Уявімо, що в назвах розрядів нема слова "тисяч", і є лише 2 стовпчики – десятки і одиниці. Ми читаємо двоцифрове число так, як ми звикли до цього ще в першому класі, але в кінці додаємо ще слово "тисяч", адже все-таки вони в назві розрядів присутні. Прочитаймо число в таблиці: одинадцять тисяч. А наступне число? (дванадцять тисяч).

– Подивімось на останнє число в таблиці. В ньому присутні всі розряди, тому при читанні будемо пам’ятати, що спочатку читаємо тисячі, а потім – решту. Отже, це число – тринадцять тисяч чотириста п’ятдесят вісім.

3. *Розкладіть на розрядні доданки числа: 12 483; 10 584; 18 030; 1490; 16500*. (на основі №№158, 166, 178 підручника)

12483 = 10000 + 2000 + 400 + 80 + 3 = 1·10000 + 2·1000 + 4·100 + 8·10 + 3;

40 500 = 40000 + 500 = 4·10000 + 5·100;

17487 = 10000 + 7000 + 400 + 80 + 7 = 1·10000 + 7·1000 + 4·100 + 8·10 + 7;

16300 = 10000 + 6000 + 300 = 1·10000 + 6·1000 + 3·100;

10510 = 10000 + 500 + 10 = 1·10000 + 5·100 + 1·10.

При виконанні вправ такого типу треба звернути увагу дітей, що в п’ятицифрових числах вищим розрядом є десятки тисяч, отже і першим розрядним доданком будуть десятки тисяч (тобто спочатку будемо множити на десять тисяч – 1000). Але це зовсім не означає, що доданків має бути 5, як це і трапляється в прикладах, коли на місці одного, а то й декількох розрядів стоїть 0. Також доцільно давати приклади, які відрізняються лише тим, у якому розряді міститься одна цифра (як, наприклад, числа 83400, 83040 та 83004), щоб учні побачили, що числа, записані одними і тими самими цифрами, відрізняються між собою, і що це визвано саме розміщенням однієї цифри (в даному випадку, 4) в тому чи іншому розряді.

4.

- Прочитайте числа, записані в таблиці (10 000, 50 000, 57372; 80 354; 79 408).
- Прочитайте числа, записані на дошці (30 000; 40 400; 33 333; 25 750; 25 075).
- Прочитайте числа, записані в підручнику: 13489; 15080; 5080; 7003; 50000; 50500; 73273; 80005. Скільки в кожному числі всього десятків; сотень; тисяч? (№№ 167, 169, 176 підручника)

Оскільки учні часто неправильно читають числа, в яких на місці одного (декількох) розряду (розрядів) стоїть нуль, то потрібно звернути увагу, що цей розряд не можна пропустити при читанні, адже тоді отримаємо зовсім інше число.

5. – Запишіть число, в якому 36 тис. і 600 од.; 60 тис. і 480 од.; 30 тис. і 18од.; 55 тис. і 5 од.; 12 тис. і 750 од.; 9 тис. і 95 од.; 17 тис. і 7 од.; 25 тис. і 800 од.; 70 тис. і 35 од.; 90 тис. і 999 од. (*36600; 60480; 30018; 55005; 12750; 9095; 17007; 25800; 70035; 90999*)

У процесі виконання цієї вправи учням треба повідомити, що, записуючи п'ятицифрові числа, які містять тисячі, після цифри, що позначає тисячі, робимо проміжок. Після проміжку у числі завжди має бути ще три цифри. (№№167, 177, 186 підручника)

6. – Запишіть кожну суму як одне число. (№ 178 підручника)

70 000 + 8 000 + 400 + 20 + 9 = 78429; 90 000 + 7 000 + 600 + 7 = 97607;

50000 + 6000 + 700 + 20 + 5 = 56725; 80000 + 300 + 3 = 80303;

90000 + 5 = 90005; 40000 + 40 = 40040.

Завдання цього типу по суті є оберненими до завдання 3 цього пункту, коли учням потрібно розкласти числа на розрядні доданки. Адже тут записані уже розклади на розрядні доданки, а учням потрібно записати лише числа, яким ці розклад належать.

7. – Порівняйте числа і поставте потрібний знак. (№ 185 підручника)

10 000 > 9 000 50 341 > 9 999

25100 > 25010 37000 < 37700

40009 < 40090 7070 < 70007

Під час виконання цього завдання учні повторюють правило порівняння чисел, за яким з двох чисел більшим є число, у якому більше цифр у записі. Якщо ж, цифр у числах однаково, то (і тільки тоді) починають порівнювати за цифрами, що стоять першими зліва. Якщо вони рівні, то беруть наступні цифри; і так далі аж доти, поки серед відповідних цифр чисел не знайдуть більшого (меншого), або ж поки не встановлять, що всі цифри, що стоять на відповідних місцях рівні, а отже і два числа рівні.

8. – Запишіть "сусідів" кожного числа: 200, 2 000, 20 000; 19999.

(№168 підручника)

– "Сусідами" числа 200 є числа 199 та 201; числа 2000 – 1999 та 2001; числа 20000 – 19999 та 20001; а числа 19999 – 19998 та 20000.

Завдання такого типу учням уже знайомі з першого класу, і тому вони не повинні викликати ніяких труднощів.

9. – Запишіть цифрами: *дванадцять тисяч триста; сімдесят п‘ять тисяч сорок сім, сімнадцять тисяч триста п’ять, сорок тисяч двісті, сорок тисяч двадцять, сімдесят дев’ять тисяч двісті; 12 тисяч 755, 15 тисяч 80, 18 тисяч 800, 18 тисяч 8; 10 тис. 500; 10 тис.; 10 тис. 50; 12 тис. 85; 12 тис. 80; 12 тис. 5.* (№№159, 166, 186 підручника)

(12300; 75347; 17305; 40200; 40020; 79200; 12 755; 15080; 18800; 18008; 10500; 10050; 12085; 12080; 12005).

Це завдання ж є оберненим до завдання 4 цього пункту. Тут звертаємо увагу учнів на той факт, що в кожному числі ми виділяємо тисячі, спеціально наголошуючи на це.

10. – Прочитайте спочатку трицифрові числа, потім — чотирицифрові і, нарешті, п’ятицифрові (5 458; 310; 57 105; 211; 6405; 40 000).

Трицифрові – 310; 211; чотирицифрові – 5458; 6405; п’ятицифрові – 57105; 40000.

Учням не слід забувати, що якщо на місці одного розряду стоїть 0, то це ще не означає, що цього розряду нема; 0 потрібно враховувати в загальну кількість цифр.

11. – Скільки всього тисяч у кожному з чисел: 34107; 20 485; 6 840; 68 400; 8 000; 28345? Скільки у числі 93 575 всього тисяч? сотень? десятків? (№ 187 підручника) [5, 169-170; 4, 24-28]

Нагадуємо учням, що для того, щоб визначити, скільки всього десятків (сотень \ тисяч) у числі достатньо закрити одну цифру справа (дві \ три), тобто стільки, скільки нулів у числі, від якого пішла назва розряду.

Треба звернути увагу учнів, що в процесі читання і називання чотири – і п’ятицифрових чисел ми кожного разу визначаємо, скільки тисяч у числі. Це і буде підготовкою до введення поняття класу.

1.6.. Вивчення нумерації шестицифрових чисел. Поняття класу

Нумерація шестицифрових чисел вивчається так само, як і нумерація чотири- та п’ятицифрових чисел. Тому розглянемо лише уроки на введення поняття класу та узагальнення знань. [5, 170]

Тема. Нумерація шестицифрових чисел. Таблиця розрядів і класів (поняття про клас).

– В усній нумерації розряди багатоцифрових чисел групують у класи. У кожному класі три розряди. В межах шестицифрових чисел маємо два класи: перший і другий. Одиниці, десятки і сотні становлять перший клас — *клас одиниць.* Одиниці тисяч, десятки тисяч і сотні тисяч становлять другий клас — *клас тисяч*.

Другий клас			**Перший клас**		
Сотні тисяч	*Десятки тисяч*	*Одиниці тисяч*	*Сотні*	*Десятки*	*Одиниці*

Одиниці, десятки і сотні — це назви першого, другого і третього розрядів першого класу. Одиниці тисяч, десятки тисяч і сотні тисяч — це назви першого, другого і третього розрядів другого класу.

Назви лічильних (розрядних) одиниць перших двох класів такі: для класу одиниць — одиниця, десяток, сотня; для класу тисяч — тисяча, десять тисяч, сто тисяч.

В усній нумерації виділяють також одиниці класів. Одиницею першого класу є одиниця, одиницею другого класу — тисяча.

Щоб прочитати чотири-, п’яти- або шестицифрове число, спочатку треба його розбити на (поділити) на класи по три цифри в кожному, починаючи справа. Далі називають скільки в ньому одиниць класу тисяч, а потім, скільки одиниць класу одиниць (не вказуючи назви одиниць цього класу). Якщо одиниці якогось розряду відсутні, то в усній нумерації їх не називають, а в письмовій – позначають нулем.

Робота з нумераційною таблицею.

1. Розгляньте таблицю розрядів і класів і дайте відповідь на поставлені запитання.

2. Прочитайте перше число таблиці. Скільки в ньому одиниць класу тисяч? (8) класу одиниць?(7)

3. Прочитайте друге і третє числа таблиці. Чим вони схожі і чим відрізняються? (в обох 354 одиниці, але в другому числі – це одиниці першого класу, тобто класу одиниць, а в третьому – це одиниці другого класу, тобто класу тисяч, і в цьому випадку вони означають тисяч, а не одиниці)

4. Прочитайте четверте число таблиці. Що означає кожна цифра в його записі?

5. Що означають нулі в записі п’ятого числа? (що в ньому відсутні одиниці розрядів десятків тисяч та сотень)

Другий клас			**Перший клас**		
Сотні тисяч	Десятки тисяч	Одиниці тисяч	Сотні	Десятки	Одиниці
6	7	8	5	6	7
—	—	—	3	5	4
3	5	4	0	0	0
6	3	1	9	3	3
4	0	6	0	1	7

Для закріплення поняття класу варто іноді практикувати записування чисел під диктовку в такому формулюванні: запишіть цифрами числа, в яких двісті сорок шість одиниць класу тисяч і двісті сім одиниць класу одиниць; дев’яносто п’ять одиниць класу тисяч і шістдесят шість одиниць класу одиниць. Наприклад, завдання підручника №227: запиши цифрами числа, в яких: триста сорок п’ять одиниць класу тисяч і двісті вісімдесят чотири одиниці класу одиниць; п’ятсот тридцять сім одиниць класу тисяч; сорок одиниць класу тисяч і сто двадцять одиниць класу одиниць. (345284; 537000; 40120) [4, 33]

В усній нумерації крім порозрядної лічби застосовують ще спосіб групування розрядів у класи. Щоб прочитати багатоцифрове число, його запис розбивають на групи по три цифри. Три перші цифри справа утворюють клас одиниць, три наступні цифри — клас тисяч. Так утворюють класи і для чисел, більших за мільйон.

При читанні чисел називають число одиниць кожного класу і назву класу. Назву класу одиниць здебільшого не називають. Наприклад, 237 153 — двісті тридцять сім тисяч сто п'ятдесят три (одиниці).

Багатоцифрові числа читаються за таким *алгоритмом* (якому вчитель навчає і учнів):

1. Поділи багатоцифрове число справа наліво. Пам'ятай, що в кожному класі 3 розряди (3 цифри). Відділяй клас від класу крапочками.

12.345.678

2. Полічи, скільки вийшло класів:

12.345.678 (3 класи)

3. Знайди в таблиці назву найвищого класу (в даному випадку – це клас мільйонів)
4. Починай читати числа за класами, зліва направо

12.345.678

5. Приєднуй до прочитаного числа назву класів. Назву останнього класу не вимовляй (12 мільйонів 345 тисяч 678) [12, 24]

Письмова нумерація ґрунтується на помісцевому значенні цифр (позиційний принцип). Значення цифри у запису числа змінюється залежно від того, яке місце воно займає. Якщо цифру переставити на одне місце вліво, її значення збільшується в 10 разів, а якщо на одне місце вправо, то її значення зменшується в 10 разів. Наприклад: у числі 237 цифра 3 означає 3 десятки, тобто 30, у числі 327 цифра 3 означає 3 сотні, тобто 300; у числі 273 ця цифра означає 3 одиниці.

Письмова нумерація побудована на принципі додавання, оскільки запис числа є не що інше як запис суми його розрядних чисел. Наприклад,

25 527 = 20 000 + 5 000 + 500 + 20 + 7.

В учнів виникають утруднення під час записування чисел, в яких немає одиниць окремих розрядів. Щоб запобігти цьому, треба ґрунтовно з'ясувати, що кількість цифр у числі визначається місцем вищого розряду цього числа. Засвоїти це можна за допомогою таких трьох запитань:

1. Який вищий розряд даного числа?
2. На якому місці стоїть у числі вищий розряд?
3. Скільки цифр має бути у записі даного числа?

Отже, вивчення нумерації багатоцифрових чисел є важливим для подальшого вивчення математики в середній школі. Учні в початковій школі повинні засвоїти правильне читання і написання багатоцифрових чисел, порівнювати їх незалежно від кількості цифр у них. В ході вивчення нумерації багатоцифрових чисел учні повинні усвідомити позиційний принцип запису чисел, зрозуміти, що одна і та ж цифра позначає різне, залежно від того, де вона стоїть в числі. Також учні отримують початкові уявлення про натуральний ряд чисел, які вони в середній школі розширять. Але, оскільки принципи нумерації, які діють в множині натуральних чисел, поширюються і на більш ширші множини, то дуже важливо, щоб учні це міцно засвоїли, і в цьому велика увага приділяється діяльності вчителя початкових класів на уроках математики.

2. Формування обчислювальних навичок при вивченні арифметичних дій над багатоцифровими числами

2.1. Письмове додаванням і відніманням багатоцифрових чисел

Основне завдання вчителя під час вивчення цієї теми — узагальнити і систематизувати знання учнів про дії додавання і віднімання, закріпити навички усного додавання і віднімання, виробити свідомі і міцні навички письмових обчислень. Додавання і віднімання багатоцифрових чисел вивчають одночасно, оскільки учні вже ознайомлені з алгоритмами виконання цих дій.

Робота над кожною арифметичною дією включає в себе 3 етапи: підготовча робота, ознайомлення з дією та формування вмінь і навичок в учнів. Тому кожну дію будемо розглядати саме за такими етапами.

Послідовність опрацювання матеріалу така:

- дія додавання;
- закони додавання та їх застосування;
- задачі на додавання;
- дія віднімання, задачі на віднімання;
- письмове додавання і віднімання багатоцифрових чисел;
- перевірка віднімання додаванням і додавання відніманням;
- обчислення різниці, коли зменшуване містить кілька нулів;
- додавання кількох доданків;
- знаходження значень виразів на сумісні дії першого ступеня;
- обчислення значень виразів з дужками;
- додавання і віднімання іменованих чисел, виражених в мірах довжини, маси і часу;
- круглі числа та застосування способу округлення при додаванні та відніманні. [5, 180]

Підготовчу роботу до вивчення теми починають ще при вивченні нумерації багатоцифрових чисел. Для цього насамперед повторюють усні прийоми додавання і віднімання і властивості дій, на які вони спираються, наприклад: *8400 + 600, 9800 – 700, 2000 – 1700, 740000 + 160000* і т. д. Повторюють також письмові прийоми додавання і віднімання трицифрових чисел. Корисно в усні вправи включити завдання на додавання і віднімання розрядних чисел з поясненнями виду: *6 сот. + 8 сот. = 14 сот. = 1 тис. 4 сот.; 1 сот. тис. 5 дес. тис. – 7 дес. тис. = 15 дес. тис. – 7 дес. тис. = 8 дес. тис.*

Така підготовча робота дає можливість учням самостійно пояснювати письмові прийоми додавання і віднімання багатоцифрових чисел.

Під час ознайомлення з письмовим додаванням і відніманням багатоцифрових чисел учні розв'язують такі приклади, де кожний наступний містить у собі попередній, наприклад:

$$+\frac{752}{246} \qquad +\frac{4752}{3246} \qquad +\frac{54752}{43246} \qquad -\frac{837}{425} \qquad -\frac{6837}{2425}$$

$$-\frac{76837}{52425} \qquad -\frac{376837}{152425}$$

Розв'язавши такі приклади, учні самостійно зроблять висновок про те, що письмове додавання і віднімання багатоцифрових чисел виконують так само, як і письмове додавання і віднімання трицифрових чисел.

Далі вводять дедалі складніші випадки додавання і віднімання: поступово збільшується кількість переходів через розрядну одиницю; включаються випадки віднімання, коли в зменшуваному є нулі; вивчається додавання кількох доданків, а також додавання і віднімання іменованих чисел. Ознайомлюючись із новими випадками, учні спочатку докладно пояснюють обчислення (називають розрядні одиниці і виконувані перетворення), наприклад:

$$+\frac{\begin{array}{r}47099\\6007\end{array}}{53106}$$

До 9 одиниць додамо 7 одиниць, дістанемо 16 одиниць, або 1 десяток і 6 одиниць; 6 одиниць записуємо під одиницями, а десяток додамо до десятків. До 9 десятків додамо 0 десятків, дістанемо 9 десятків, та ще 1 десяток – буде 10 десятків, або 1 сотня, на місці десятків у сумі пишемо 0, а 1 сотню додамо до сотень. *0 сот. + 0 сот. = 0 сот., 0 сот. + 1 сот. = 1 сот.* До 7 тисяч додамо 6 тисяч, буде 13 тисяч, або 1 десяток тисяч і 3 одиниці тисяч. 3 одиниці тисяч записуємо, а 1 десяток тисяч додамо до *4* десятків тисяч, буде 5 десятків тисяч. Сума – *53106*.

Якщо учні засвоять прийом обчислення, переходять до скорочених пояснень розв'язання: уголос і в думці. Покажемо це на тому самому прикладі: 9 та 7— шістнадцять, 6 пишемо, 1 запам'ятовуємо; 9 та 0 – дев'ять, та 1 – десять, 0 пишемо, 1 запам'ятовуємо; 0 плюс 0 – нуль, та 1 – один (записуємо) і т. д. Скорочені пояснення сприяють виробленню навичок швидких обчислень.

Деяку трудність становлять випадки віднімання, коли зменшуване виражене розрядним числом. Послідовне роздроблення одиниць вищого розряду в одиниці нижчого розряду зручно проілюструвати на рахівниці (1000 можна записати як 9 сот., 9 дес., 10 од. (10000 – як 9 тис., 9 сот., 9 дес., 10 од. і т. д.) . Корисно, крім того, включити в усні вправи розв'язання з поясненням таких прикладів: 1 дес. – 2 од., 1 сот. – 5 дес., 1 тис. – 7 сот. і т. д. Особливу увагу треба приділити випадкам віднімання, в яких одиниці вищого розряду послідовно роздроблюють не один раз, наприклад: 400100 – 205 708, причому слід вимагати, щоб учні докладно пояснювали розв'язання прикладів. Наприклад:

$$\begin{array}{r} -\,400100 \\ \underline{205708} \\ 194392 \end{array}$$

Від нуль одиниць не можемо відняти 8 одиниць. Беремо 1 сотню (ставимо крапку над сотнями) і роздроблюємо сотню в десятки. В 1 сотні 10 десятків, беремо з 10 десятків 1 десяток (запам'ятаємо, що залишилося 9 десятків). Роздроблюємо десяток в одиниці, маємо 10 одиниць. Від 10 одиниць віднімаємо 8 одиниць, буде 2 одиниці. Від 9 десятків віднімаємо 0 десятків, буде 9 десятків. Від нуль сотень не можна відняти 7 сотень. Беремо 1 сотню тисяч, роздроблюємо її в десятки тисяч, буде 10 десятків тисяч, 3 них беремо 1 десяток тисяч і роздроблюємо його в одиниці тисяч (запам'ятаємо, що залишилося 9 десятків тисяч) і т. д. Пізніше діти коротко пояснюють розв'язання прикладів на віднімання.

Наведемо скорочене пояснення розглянутого прикладу: беремо 1 сотню, від 10 віднімаємо 8, буде 2; від 9 віднімаємо нуль, буде 9; беремо 1 сотню тисяч, від 10 віднімаємо 7, буде 3; від 9 віднімаємо 5, буде 4; від 9 віднімемо 0, буде 9; від 3 віднімемо 2, буде 1; різниця – 194392.

Як і в інших випадках, щоб учні набули навичок обчислень, треба практикувати різні вправи. Треба якомога частіше пропонувати завдання: розв'язати і перевірити розв'язок одним із способів або, рідше, двома способами. Це допомагає не тільки закріпити знання взаємозв'язків між результатами і компонентами дій, а й сприяє виробленню обчислювальних навичок і виховує звичку контролювати себе. [2, 116-118]

Вивчаючи додавання і віднімання багатоцифрових чисел, важливо приділити увагу усним прийомам виконання цих дій; інакше кажучи, опанувавши письмові прийоми обчислень, діти починають застосовувати їх як для письмових, так і для усних випадків. Для цього, розв'язуючи приклади, треба надавати учням можливість самостійно вибирати приклади, які вони можуть розв'язати усно (записуючи в рядок), і лише найважчі приклади розв'язувати за допомогою письмових прийомів (записуючи стовпчиком). Під час виконання усних вправ треба систематично закріплювати прийоми усного додавання і віднімання 2-3-цифрових, а також багатоцифрових чисел із застосуванням прийомів переставляння і групування при додаванні кількох чисел, з використанням там, де це доцільно, прийому округлення одного з компонентів дії додавання і віднімання. [9, 200]

Вивчивши додавання і віднімання багатоцифрових чисел, приступають до вивчення додавання і віднімання складених іменованих чисел, виражених метричними мірами, оскільки прийоми цих обчислень схожі. Вміння виконувати дії над іменованими числами потрібні для розв'язування задач. Дії над складеними іменованими числами можна виконувати по-різному: або відразу додавати (віднімати) одиниці однакових найменувань, починаючи з нижчих, одночасно виконуючи відповідні перетворення, або спочатку перетворити задані числа в прості іменовані числа з однаковими найменуваннями, виконати дії над ними як над абстрактними числами і виразити результат у більших одиницях вимірювання. Обидва способи демонструють учням. Перший спосіб економний щодо запису, добре ілюструє аналогію дій над абстрактними та іменованими числами, але деякою мірою важкий для дітей. Його застосування треба обмежити 2-3 вправами, мета яких – порівняти прийоми обчислень з абстрактними та іменованими числами:

$$+\begin{array}{r} 12647 \\ \underline{5384} \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 12т\ 647кг \\ \underline{5т\ 384кг} \end{array} \qquad +\begin{array}{r} 12км\ 647м \\ \underline{5км\ 384м} \end{array}$$

$$-\begin{array}{r} 13086 \\ \underline{8265} \end{array} \qquad -\begin{array}{r} 13км\ 086м \\ \underline{8км\ 265м} \end{array}$$

– (10 сотень утворюють 1 тисячу, яку додаємо до тисяч, ... 10 сотень кілограмів утворюють 1 тисячу кілограмів, або 1 т, яку додаємо до тонн, і т. д.;
– ...від 0 сотень 2 сотні не можна відняти, беремо 1 тисячу, 1 тисяча становить 10 сотень, від 10 сотень віднімаємо 2 сотні, і т. д.; ...беремо 1 км, в 1 км — 1000 м, або 10 сотень метрів, від 10 сотень метрів віднімаємо 2 сотні метрів).

Як видно, тут доводиться дітям оперувати числами виду 10 сотень кілограмів, 10 сотень метрів, 10 десятків копійок тощо, які мають подвійні найменування – одиниць лічби і одиниць вимірювання, що, безумовно, утруднює перетворення їх і дії над ними.

Другий спосіб обчислень над іменованими числами значно простіший, хоч і громіздкіший щодо запису – його найбільше використовують у процесі розв'язування прикладів і задач. Щоб скоротити записи, іменовані числа можна перетворювати усно і не записувати найменування. [2, 119]

Трохи пізніше (в кінці першого семестру 4 класу) вивчають додавання і віднімання іменованих чисел, виражених мірами часу. Ці обчислення значно складніші, бо одиниці часу визначаються недесятковими співвідношеннями. На це спеціально звертаємо увагу учнів, пропонуючи їм порівняти розв'язання прикладів (тобто знайти схоже і різне в прийомах обчислень):

Додавання і віднімання складених іменованих чисел, виражених одиницями часу, доцільно виконувати, не замінюючи їх простими іменованими числами, наприклад:

Від 10 міс. не можна відняти 11 міс., беремо 1 рік і виражаємо його в місяцях: 12 місяців та 10 міс. — це 22 міс. Від 22 міс. віднімемо 11 міс., буде 11 міс., від 11 років віднімемо 5 років, буде 6 років.

Вправи на додавання і віднімання іменованих чисел, виражених одиницями часу, з невеликими числами треба виконувати усно, не записуючи обчислення стовпчиком. [9, 105]

Узагальнюючи, можемо сказати, що спочатку, згідно програми початкової школи, вивчаються дії першого ступеня – додавання та віднімання. У процесі їх вивчення повторюють і закріплюють знання про дії: назви компонентів і результатів дій, властивості, знаходження невідомих компонентів, розглядають питання про зміну суми і різниці від зміни одного з компонентів, тобто уже наявні елементи алгебраїчної пропедевтики. Але, при формуванні навичок письмового додавання та віднімання, учні часто допускаються помилок при записі чисел в "стовпчик". Це зумовлено тим, що учні не чітко усвідомили, що означає та чи інша цифра в записі числа. При додаванні та відніманні також дуже часто спостерігається ситуація, коли учні забувають одиниці певного розряду (наприклад, при додаванні одиниць, утворилось 13 одиниць: 3 одиниці записали, а 1 десяток – забули; або при відніманні – роздроблювали одиниці вищого розряду для того, щоб можна було виконати віднімання над одиницями нижчого розряду, а потім про це забули). Цю помилку майже неможливо виявити: це може зробити тільки учень, перевіривши додавання відніманням і навпаки: віднімання додаванням. Також багато помилок спостерігається у випадках, коли в зменшуваному на місці декількох розрядів підряд стоять нулі. Учні або забувають, що роздроблювали вищий розряд, або роздроблюють його більше разів, ніж це потрібно (наприклад, при виконанні прикладу 256008 – 4569, учні можуть забувати, що 6 тисяч уже роздробили на менші розряди, і залишилось лише 5; а можливий випадок, коли учні після віднімання від 18 одиниць 9, знову починають роздроблювати уже 5 тисяч для того, щоб виконати віднімання десятків, забуваючи при цьому, що на місці десятків уже не 0, а 9). Усьому цьому вчитель має звернути особливу увагу, зупиняючись на поясненні виконання тієї чи іншої дії, або навіть того чи іншого етапу.

У процесі вивчення додавання і віднімання багатоцифрових чисел повторюють і закріплюють знання про дії: назви компонентів і результатів дій, властивості, знаходження невідомих компонентів, розглядають питання про зміну суми і різниці від зміни одного з компонентів.

2.2. Формування навичок множення та ділення багатоцифрових чисел

У процесі вивчення множення і ділення багатоцифрових чисел учні повинні розширити, поглибити і систематизувати знання про дії множення і ділення, їхні властивості, про взаємозв'язок між результатами і компонентами дій, про зміну добутку й частки від зміни одного з компонентів; засвоїти основні усні і письмові прийоми множення й ділення; опанувати відповідні обчислювальні уміння і навички.

Прийоми множення і ділення багатоцифрових чисел дуже різні і значно складніші, ніж прийоми додавання і віднімання багатоцифрових чисел. Тому прийоми множення і ділення багатоцифрових чисел вводять по черзі, при цьому виділяють три етапи:

I етап — множення і ділення на одноцифрове число;

II етап — множення і ділення на двозначні і тризначні розрядні числа;

III етап — множення і ділення на двоцифрове і трицифрове число.

На кожному з цих етапів спочатку вивчають множення, а потім ділення. Такий порядок вивчення множення і ділення багатоцифрових чисел, на думку Бантової М. О., створює сприятливі умови для засвоєння як особливостей кожної дії, так і зв'язків між множенням і діленням. Крім того, такий розгляд вносить різноманітність в уроки математики, дає можливість розв'язувати задачі і рівняння різних видів. Все це позитивно впливає на засвоєння багатьох питань програми. [2, 119-120]

На кожному етапі поряд із множенням або діленням абстрактних чисел вивчають множення або ділення відповідних іменованих чисел. Наприклад, після множення на одноцифрове число абстрактних чисел розглядають множення на це саме число іменованих чисел.

Розглянемо спочатку методику вивчення множення, а потім ділення багатоцифрових чисел.

Множення багатоцифрових чисел на одноцифрове число

П і д г о т о в ч а   р о б о т а до вивчення письмового множення зводиться до повторення і узагальнення раніше вивченого матеріалу. У цей час

✓ узагальнюються знання учнів про зміст дії множення. Виконуючи вправи на заміну суми однакових доданків добитком і, навпаки, добутки сумою, учні пояснюють: помножити число a на 4 – означає взяти його доданком 4 рази: $a \cdot 4 = a + a + a + a$. Узагальненню знань сприяє розв'язування простих задач на множення з буквеними даними, а також складання задач за виразом $a \cdot b$.

✓ повторюються також випадки множення з одиницею і нулем. Виконуючи вправи виду: 1·12, 1·*a*, 14·1, *c*·1, 0·15, 0·k, 13·0, *b*·0, учні повторюють правила множення чисел на одиницю і нуль: [2, 120]

✓ можна також включати у підготовчу роботу множення двоцифрового числа на одноцифрове, при цьому учні повторюють властивість множення суми на число: щоб помножити суму на число, можна помножити на це число кожний доданок, і знайдені добутки додати.

Наприклад: (4 + 3)·9 = 7·9 = 63;

(4+3)· 9 = 4·9 + 3·9 = 36 + 27 = 63

Потім учням пропонують перевірити, чи застосовна відома їм властивість, якщо в сумі не два, а три, чотири і більше доданків. Беремо вправи з невеликими числами, наприклад:

1) (8 + 5 + 4)·3 = 17·3 = 51

2) (8 + 5 + 4)·3 = 8·3 + 5·3 + 4·3 = 24 + 15 + 12 = 51

Обчисливши різними способами значення виразів, діти впевнюються, що суму трьох, чотирьох і більше доданків на число множити за відомим їм правилом: знайти суму і помножити її на число або помножити кожний доданок цієї суми на число і знайдені результати додати.

Властивість множення суми на число на цьому степені вивчення множення учні можуть застосувати самостійно до усного множення багатоцифрових чисел на одноцифрове, наприклад:

5007·4 = (5000 + 7)·4 = 5000·4 + 7·4 = 20028

Перехід від усного множення до письмового треба побудувати так, щоб учні зрозуміли, що зміст обчислювального прийому як при усному, так і при письмовому множенні на одноцифрове число однаковий: в обох випадках використовується властивість множення суми на число, але письмове множення починають з нижчих розрядів, а усне – з вищих. Крім того, учні повинні усвідомити, що письмове множення використовують тоді, коли усно обчислювати важко. [2, 121]

Для о з н а й о м л е н н я учнів з письмовим множенням краще взяти такий приклад на множення три- або чотирицифрового числа на одноцифрове, де були б переходи через десяток або через сотню, тобто де усно множити важко.

Візьмемо приклад: 2317 ·4. Спочатку учні розв'язують його відомим їм способом: замінюють перший множник сумою розрядних доданків і множать суму на число:

$$2317 \cdot 4 = (2000 + 300 + 10 + 7) \cdot 4 = 8000 + 1200 + 40 + 28 = 9268.$$

Далі пропонують розв'язати ще раз той самий приклад, переставивши розрядні доданки:

$$2317 \cdot 4 = (7 + 10 + 300 + 2000) \cdot 4 = 28 + 40 + 120 + 8000 = 9268.$$

Після цього вчитель ознайомлює учнів з письмовим множенням на одноцифрове число: показує новий запис стовпчиком і докладно пояснює розв'язання цього самого прикладу.

$$\begin{array}{r} \times 2317 \\ \underline{\quad 4} \\ 9268 \end{array} \downarrow$$

Треба помножити *2317* на *4*. Записуємо другий множник під одиницями першого. Підводимо риску. Зліва ставимо знак "×". Розпочинаємо письмове множення з одиниць. Множимо *7 од.* на *4*, буде *28 од*. Це – *2 дес.* і *8 од*. Пишемо під одиницями, а *2 дес*. запам'ятовуємо. *1 дес*. помножити на *4*, буде *4 дес*., та ще *2 дес*., буде *6 дес*. Пишемо їх під десятками. *3 сот*. множимо на *4*, буде *12 сот*. Це – *1 тис*. і *2 сот*.; *2 сот*. пишемо під сотнями, а *1 тис*. запам'ятовуємо. *2 тис*. помножити на *2*, буде *8 тис*. Та ще *1 тис*., буде *9 тис*.. Пишемо їх на місці тисяч. Добуток – *9268*.

Від докладного пояснення розв'язування прикладів учні під керівництвом вчителя переходять до короткого пояснення, коли назву розрядних одиниць і виконуваних перетворень опускають: треба помножити *2317* на *4*. *7* на *4*, буде *28*. *8* пишемо, а *2* запам’ятовуємо. *1* на *4*, буде *4* та ще *2*, буде *6*. *3* на *4*, буде *12*, *2* пишемо, а *1* запам’ятовуємо; *2* на *4*, буде *8* та ще *1*, буде *9*. Добуток – *9268*.

Вправи на з а к р і п л е н н я .

1. Перевір розв'язання. Один з прикладів поясни:

$$\begin{array}{r} \times 3405 \\ \underline{\quad 7} \\ 23835 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times 744 \\ \underline{\quad 7} \\ 5208 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times 3740 \\ \underline{\quad 5} \\ 18700 \end{array}$$

2. Обчислити: 682·4; 3407·7; 25746 ·5.

$$\begin{array}{r} \times\ 682 \\ 4 \\ \hline 2728 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 3407 \\ 7 \\ \hline 23849 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 25746 \\ 5 \\ \hline 128730 \end{array}$$

На закріплення учні розв'язують задачі. (№ 435)

Цеглу на будівництво підвозили автомашиною і тракторним причепом. На машину навантажували 925 цеглин, а на причіп — 2075. За день машина зробила 6 рейсів, а трактор — 3. Скільки цеглин перевезли на будівництво протягом дня?

$$\left.\begin{array}{l} \text{М. – 925ц., 6 рейсів} \\ \text{Т. – 2075ц., 3 рейси} \end{array}\right\} ?\text{ц.}$$

Запис розв’язку задачі матиме такий вигляд:

1)

$$\begin{array}{r} \times\ 925 \\ 6 \\ \hline 5550 \end{array}\text{(ц.) – машиною}$$

2)

$$\begin{array}{r} \times\ 2075 \\ 3 \\ \hline 6225 \end{array}\text{(ц.) – трактором}$$

3)

$$\begin{array}{r} +\ 5550 \\ 6225 \\ \hline 11775 \end{array}\text{(ц.)}$$

Відповідь. На будівництво привезли 11775 цеглин. [6, 41]

Розглянемо вираз, коли багатоцифрове число містить в середині кілька нулів (наприклад, 23007 ·5).

$$\begin{array}{r} \times\ 23007 \\ 5 \\ \hline 115035 \end{array}$$

23007 помножимо на *5*. *7* на *5,* буде *35*, *5* пишемо, а *3* запам’ятовуємо. *0* на

5, буде *0*, та ще *3*, буде *3*. Знову *0* на *5*, буде *0*. *3* на *5*, буде *15*, *5* пишемо, а *1* запам’ятовуємо. *2* на *5*, буде *10,* та ще *1*, буде *11*. Пишемо *1* на місці десятків тисяч, а *1* – на місці сотень тисяч. Добуток – *115035*.

Можна запропонувати систему вправ на формування умінь і навичок множення багатоцифрових чисел. Доцільно використовувати перфокарти багаторазового використання. Слід пропонувати також вправи на закріплення, використовуючи елементи диференціації. Наприклад:

1) *1 група*:

$$\times\begin{array}{r} 4073 \\ 4 \\ \hline \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 20073 \\ 9 \\ \hline \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 20904 \\ 6 \\ \hline \end{array}$$

2 група:

$$\times\begin{array}{r} 4073 \\ 4 \\ \hline \ldots 92 \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 20073 \\ 9 \\ \hline \ldots 657 \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 20904 \\ 6 \\ \hline \ldots\ldots 4 \end{array}$$

2) *Обчислити:*

1 група: 2306·6; 30094·7; 40801·9; 40059 ·3.

2 група:

$$\times\begin{array}{r} 2306 \\ 6 \\ \hline \square\square\square\square\square \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 30094 \\ 7 \\ \hline \square\square\square\square\square\square \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 40801 \\ 9 \\ \hline \square\square\square\square\square\square \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 40059 \\ 3 \\ \hline \square\square\square\square\square\square \end{array}$$

3 група:

$$\times\begin{array}{r} 2306 \\ 6 \\ \hline \square\square\square 36 \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 30094 \\ 7 \\ \hline \square\square 0\square\square\square \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 40801 \\ 9 \\ \hline \square\square\square\square 0\square \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 40059 \\ 3 \\ \hline \square\square 0\square\square\square \end{array}$$

3) *Парні числа збільшити у 6 разів, а непарні — зменшити на 6.*

20756; 3015; 4006;   17201.

Розв’язки:

$$\begin{array}{r} \times\ 20756 \\ 6 \\ \hline 124536 \end{array} \qquad 3015 - 6 = 3009 \qquad \begin{array}{r} \times\ 4006 \\ 6 \\ \hline 24036 \end{array} \qquad 17201 - 6 = 17195$$

Розглядаючи множення багатоцифрового числа, яке закінчується одним або кількома нулями, вчитель звертає учнів на те, що другий множник можна записати так, щоб нулі залишились праворуч.

Нехай треба помножити *43800* на *7*. Спочатку виконаємо множення у звичайному порядку:

$$\begin{array}{r} \times\ 43800 \\ 7 \\ \hline 306600 \end{array}$$

7 на *0*, буде *0*. Пишемо *0*. Ще раз*7* на *0*, буде *0*. Пишемо *0*. *7* на *8*, буде *56*. *6* пишемо, а *5* запам’ятовуємо; *7* на *3*, буде *21,* та ще *5*, буде *26*; *6* пишемо, *2* запам’ятовуємо. *7* на *4*, буде *28* та ще *2*, буде *30*. Пишемо *0* на місці десятків тисяч, а *3* на місці сотень тисяч. Добуток – *306600*.

З цього прикладу випливає, що як було 2 нулі в кінці першого множника, так 2 нулі і залишилося в кінці добутку. Можна сказати, що 2 нулі просто знесли. Тому можна по-іншому розмістити множники. Другий множник записуємо так, щоб нулі залишилися праворуч:

$$\begin{array}{r} \times\ 43800 \\ 7 \\ \hline 306600 \end{array}$$

Множимо частину числа без нулів, а до утвореного числа дописуємо нулі першого множника. Це можна пояснити так: множимо спочатку сотні (*438 сот. · 7= 3066сот.*), а потім сотні записуємо в одиницях (приписати 2 нулі). Теоретичною основою є множення добутку на число, тобто *43800·7 = (438·100) ·7 = (438·7)·100 = 3066 ·100 = 306600.*

У випадку множення одноцифрового числа на багатоцифрове застосовуємо переставну властивість дії множення: *7·4053 = 4053·7= 28371*.

$$\begin{array}{r} \times\, 4053 \\ 7 \\ \hline 28371 \end{array}$$

[5, 193]

<u>Для закріплення доцільно розв'язувати вправи типу:</u>

1) Виконай множення

6700 · 2 ; 84000·6; 130000·7; 760·5.

$$\begin{array}{r} \times\, 6700 \\ 2 \\ \hline 13400 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 84000 \\ 6 \\ \hline 504000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 130000 \\ 7 \\ \hline 910000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 760 \\ 5 \\ \hline 3800 \end{array}$$

2) Знайти добуток

4·20374 3·123401 7·35705 2·240756

Результати: *81496; 370203; 249935; 481512*.

3) Обчислити

4078·8 + 25409 6 ·43051 – 28·35

Результати: (проміжний – 32624, остаточний – 58033; проміжні – 258306 і 980, остаточний – 257326)

Учні, ознайомившись із письмовими прийомами обчислень, часто використовують їх тоді, коли легко зробити обчислення усно, а це дуже небажано. Щоб діти не робили цього, треба для усного розв’язування давати більше вправ на відповідні випадки множення, а також порівнювати письмовий і усний прийоми множення на одноцифрове число.

Після вивчення множення на одноцифрове число абстрактних чисел, розглядають множення складених іменованих чисел, виражених метричними мірами, наприклад:

$$\begin{array}{r} \times\, 9\ т\ 438\ кг \\ 3 \\ 28\ т\ 314\ кг \end{array} \qquad 9\ т\ 438\ кг \cdot 3 = 28\ т\ 314\ кг \quad \begin{array}{r} \times\, 9438 \\ 3 \\ \hline 28314(кг) \end{array}$$

Перший спосіб практично застосовують частіше до складених іменованих чисел, виражених у мірах вартості (18 грн. 25 к. ·3 = 18 грн. ·3 + 25к. ·3 = 54 грн.

75 к.). другий спосіб використовують під час розв'язування задач, а також тоді, коли вивчають множення складених іменованих чисел. [9, 204]

Множення на розрядні числа

У методичній літературі часто не звертається увага на відмінність понять "круглі числа" та "розрядні числа". Відповідно нечітко розрізняють і такі твердження "множення на круглі числа" і "множення на розрядні числа". Тому, перш за все, з'ясуємо сутність цих понять.

Круглі числа – це будь-які числа, що закінчуються нулями (4700,800,120 тощо). Розрядні числа – це числа, що закінчуються нулями і містять лише одну значущу цифру (800, 30, 5000 тощо). Отже, як видно, поняття круглих чисел є набагато ширшим, як поняття розрядних чисел, або ж, можна ще сказати, що множина розрядних чисел є підмножиною множини круглих чисел. [5, 200]

Розглядати прийоми множення на 10, 100, 1000 (а потім і на 40, 400, 4000) можна лише тоді, коли учні міцно засвоять множення на одноцифрове число. Причому, множення на 10, 100, 1000 розглядають у порядку повторення. Вперше цей прийом розкривається в зв'язку з вивченням нумерації багатоцифрових чисел (див. розділ 1. 3).

П і д г о т о в ч а р о б о т а. При множенні на розрядні числа використовують властивість множення числа на добуток, наприклад, $14·60 =$
$= 14·(6·10) = 14·6·10 = 840$.

Для ознайомлення з цією властивістю учням пропонують обчислити різними способами значення виразу:

$$16·(5·2) = 16·10 = 160$$

$$16·(5·2) = (16·5)·2 = 80·2 = 160$$

$$16·(5·2) = (16·2)·5 = 32·5 = 160$$

Учні помічають, що в першому випадку вони множили число 16 на добуток чисел 5 і 2; у другому – число 16 множили на перший множник 5, і знайдений добуток множили на другий множник 2; у третьому випадку число 16 множили на другий множник 2, а результат – на перший множник 5; значення виразів в усіх випадках однакове. Після виконання кількох таких вправ учні формулюють властивість: "Щоб помножити число на добуток, можна знайти добуток і помножити число на знайдений результат, а можна помножити число на один із множників і результат помножити на другий множник".

Властивість множення числа на добуток використовують під час виконання різних вправ: розв’язування прикладів і задач різними способами (наприклад, $8\cdot(10\cdot3)$); зручним способом (наприклад, $25\cdot(2\cdot7) = (25\cdot2)\cdot7 = 350$); порівняння виразів (наприклад, $24\cdot5\cdot10$ і $24\cdot50$) тощо.

Потім цю властивість використовують для пояснення обчислювального прийому множення на двоцифрові – чотирицифрові розрядні числа.

Спочатку вводять підготовчі вправи на зміну розрядних чисел добутком однозначного числа і 10 (100, 1000), наприклад: $70 = 7\cdot10$, $600 = 6\cdot100$.

О з н а й о м л е н н я починають з розгляду усних прийомів множення на розрядні числа. Наприклад, нехай треба 15 помножити на 30. Запишемо 30 у вигляді добутку зручних множників 3 і 10, дістанемо приклад: 15 помножити на добуток чисел 3 і 10. Тут зручніше помножити число 15 на перший множник – 3, а знайдений результат 45 помножити на другий множник – 10, отримаємо 450. Це все записується так:

$$15\cdot30 = 15\cdot(3\cdot10) = (15\cdot3)\cdot10 = 450$$

Учні часто плутають властивість множення числа на добуток з властивістю множення числа на суму. Наприклад, помилка виду $15\cdot12 = 300$ свідчить про таке плутання. Учень множить 15 на 2 і результат множить на 10, тобто він очевидно розклав число 12 сумою розрядних доданків 10 і 2, а потім множив як на добуток цих чисел. Аналогічної помилки учні допускаються також при виконанні вправ на порівняння виразів виду: $27\cdot7\cdot10 = 27\cdot7 + 27\cdot10$.

Щоб запобігти таким помилкам, пропонують вправи на порівняння відповідних прийомів обчислень. Наприклад, учні розв’язують з коментуванням і докладним записом такі приклади:

$$6\cdot50 = 6\cdot(5\cdot10) = 6\cdot5\cdot10 = 300$$

$$6\cdot15 = 6\cdot(10 + 5) = 6\cdot10 + 6\cdot5 = 90$$

Потім з’ясовують, що в обох прикладах однакові перші множники, але різні – другі; розв’язуючи приклади, другий множник замінили однаковими числами

– 5 і 10. Але в першому випадку вони є множниками, а в другому – доданками.

Після розгляду усного множення на розрядні числа, вводять письмове множення на ці числа, наприклад, 546·30 = 546·(3·10) = 546·3·10. Обчислюватимемо письмово. Запишемо приклад так:

$$\begin{array}{r} \times\, 546 \\ 30 \\ \hline 16380 \end{array}$$

Число 546 спочатку множимо на 3, і знайдений результат помножимо на 10. Помножимо 546 на 3; три рази по шість – 18, вісім пишемо, один запам’ятовуємо; три раз по чотири – 12, та ще 1 – 13, 3 пишемо, 1 запам'ятовуємо; тричі по п’ять – 15, та ще 1 – 16, записуємо 16. Отримали 1638. Множимо 1638 на 10: для цього приписуємо до знайденого числа справа один нуль. Добуток – 16380.

Зазначимо, що тут при множенні на одноцифрове число (546·3) користуємось коротким поясненням. Аналогічно треба робити й надалі, коли в нових. Складніших випадках множення складовою частиною є множення на одноцифрове число.

На тризначні і чотиризначні розрядні числа множать так само. Як і на двозначні.

Особливої уваги заслуговують випадки, у яких обидва множники закінчуються нулями, наприклад, 400·50. Спочатку, розв’язуючи такі приклади, учні міркують: щоб помножити 400 на 50, треба 4 сотні помножити на 5, буде 20 сотень, а потім – помножити ще на 10, буде 200 сотень, або ж 20000. Такі приклади записують у рядок і виконують усно.

Аналогічно учні міркують і в тому випадку письмового множення, коли обидва множники закінчуються нулями.

$$\begin{array}{r} \times\, 3670 \\ 20 \\ \hline 73400 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 7800 \\ 30 \\ \hline 234000 \end{array}$$

Причому, після розв’язування таких прикладів, формулюють висновок: "Якщо множники закінчуються нулями, то множать, не звертаючи уваги на ці нулі, а потім до добутку приписують стільки нулів, скільки їх на кінці обох множників разом". [2, 123-125]

Множення на двоцифрове і трицифрове числа

Передумовою успішного вивчення множення на двоцифрове (нерозрядне) число є міцні вміння учнів виконувати письмове множення на одноцифрове число та розрядні числа. Це і є, по суті, п і д г о т о в ч о ю р о б о т о ю . [5, 200]

О п р а ц ю в а н н я матеріалу розпочинають з множення двоцифрового числа на двоцифрове. (На початку навчального року учні 4 класу вже розглядали цей випадок у межах 1000).

Учням пропонують прочитати пояснення про усний і письмовий способи знаходження добутку чисел *32* і *36*.

Усно $32 \cdot 36 = 32 \cdot (30 + 6) = 32 \cdot 30 + 32 \cdot 6 = 960 + 192 = 1152$.

Із цього запису видно, що для знаходження результату множення на двоцифрове число треба перший множник окремо помножити на десятки й одиниці і результати додати.

На основі переставної властивості дії додавання можна спочатку помножити число на одиниці, а потім на десятки. Так роблять при письмовому множинні.

Письмово. При письмовому множенні множники розміщують так, щоб одиниці були записані під одиницями. Множення розпочинають з одиниць. При множенні на десятки цифри другого неповного добутку починають записувати під десятками. Останньою дією знаходять суму неповних добутків [4, 121].

$$\begin{array}{r} \times\, 32 \\ 36 \\ \hline +\,192 \\ 96 \\ \hline 1152 \end{array}$$

6 од.·32 = 192 од.

3 дес. ·32 = 96 дес.

Учитель пропонує учням прочитати перший неповний добуток, другий неповний добуток, з'ясовує скільки всього одиниць у другому неповному добутку (960 од.). *6* помножити на *2,* буде *12*, *2* пишемо, а *1* запам’ятовуємо. *6* помножити на *3*, буде *18,* та ще *1*, буде *19*. Перший неповний добуток – *192*. *3* помножити на *2*, буде *6*,пишемо *6*. *3* помножити на *3*, буде *9*. Другий неповний добуток – *96*. Добуток – *1152*. [9, 126]

Множення на трицифрове число з усіма розрядами не викликає труднощів. Для введення нового виду множення доцільно розглянути два схожі добутки, наприклад, *373·47* і *373 ·247*

$$\begin{array}{r} \times\ 373 \\ 47 \\ \hline +\ 2611 \\ 1492 \\ \hline 17031 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} \times\ 373 \\ 247 \\ \hline +\ 2611 \\ 1492 \\ 746 \\ \hline 92131 \end{array}$$

У другому прикладі залишається ще *2* сотні помножити на *373* – це буде третій неповний добуток *2сот.·373 = 746сот.* (два перші ми вже знайшли)

Спостереження показують, що у частини учнів виникають труднощі при множенні чисел, які містять нулі. Для запобігання помилок застосовують коментоване розв'язування.

Розглянемо такий приклад 3054·204. Спочатку 4 множимо на 3054 і в результаті дістаємо одиниці.

$$\begin{array}{rl} \times\ 3054 & \\ 204 & \\ \hline +\ 12216 & \text{– 1-й неповний добуток} \\ 0000 & \text{– 2-й неповний добуток} \\ 6108 & \text{– 3-й неповний добуток} \\ \hline 623016 & \text{– добуток} \end{array}$$

Другий неповний добуток рівний – 0 (0000), на результат, додавши, він не впливає, тому його можна не записувати.

Можемо показати виконання таким чином:

$$\begin{array}{r} \times\ 3054 \\ 204 \\ \hline +\ 12216 \\ 6108 \\ \hline 623016 \end{array}$$

Аналогічно приклади:

$$\begin{array}{r} \times\ 1578 \\ 403 \\ \hline +\ 4734 \\ 6312\ \ \\ \hline 635934 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 604 \\ 34 \\ \hline +\ 2416 \\ 1812\ \ \\ \hline 20536 \end{array}$$

Зразок коментування.

$$\begin{array}{r} \times\ 604 \\ 34 \\ \hline +\ 2416 \\ 1812\ \ \\ \hline 20536 \end{array}$$

Множимо *4од*. на *604*: *4* на *4*,буде *16*, *6* пишемо, а *1* запам’ятовуємо. *4* на *0*,буде *0*, та ще *1*,буде *1*, пишемо *1*; *4* на *6*, буде *24*, записуємо *24*. *3дес*. множимо на *604*: *3* на *4*, буде *12*, *2* пишемо, *1* запам’ятовуємо. *3* на *0,* буде *0*, та ще *1*,буде *1*, пишемо *1*. *3* на *6*, буде *18*, записуємо *18*. Маємо два неповні добутки: перший – *2416*, другий – *1812*. Добуток – *20536*.

На з а к р і п л е н н я учні виконують наступні приклади:

1)	*82· 74;*	*55 ·74;*	*78 ·39;*	*75· 347.*
2)	*517· 84;*	*804 ·67;*	*345· 48;*	*608· 25.*
3)	*14580· 54;*	*4208· 27;*	*8410· 85;*	*3701· 39.*
4)	*284· 366;*	*568· 475;*	*2488 ·249;*	*2081 ·353.*
5)	*1243· 207;*	*4054· 104;*	*420 ·607.*	

В кожній групі прикладів є всі випадки множення: множення на двоцифрове число, на трицифрове число, множення чисел, які містять нуль (всередині чи в кінці). [2, 126-128]

При множення складених іменованих чисел на двоцифрове число замінюють складені іменовані числа простими. У відповіді – просте іменоване число замінюють складеним.

Задача.

Вантажність однієї машини 42ц 65кг. Знайти вантажність 28 таких машин.

Розв'язання

42ц65кг· 28 = 1194ц 20 кг

$$\begin{array}{r} \times \ 4265 \\ 28 \\ \hline + \ 34120 \\ 8530\ \ \\ \hline 119420 \end{array}$$

Складене іменоване число замінимо простим числом. *4265* помножимо на *28*. *5* на *8*, буде *40*, *0* пишемо, *4* запам’ятовуємо. *6* на *8* буде *48* та ще *4*, буде *52*. *2* пишемо, а *5* запам’ятовуємо. *2* на *8*, буде *16*, та ще *5*, буде *21*. *1* пишемо, а *2* запам’ятовуємо. *4* на *8,* буде *32*, та ще *2* ,буде *34*, записуємо *34*.

Одержали перший неповний добуток, аналогічно знаходимо другий неповний добуток. Добуток – *119420*. Отже, *119420* – це *1194ц20кг*. [20, 150]

Алгоритм множення учні часто засвоюють з великими труднощами, повільно, тому вчителеві слід звернути на це особливу увагу, стежити за правильністю виконання записів, оскільки від цього багато в чому залежить засвоєння загального правила множення багатоцифрових чисел.

Особлива увага звертається на випадок множення числа, у записі якого є нулі всередині (наприклад: 102, 4002, 304005 та ін.) або в кінці (наприклад: 370, 125000 та ін.). Водночас з розв'язуванням прикладів і задач закріплюють навички множення на числа, що закінчуються нулями. Щоб закріпити в учнів набуті вміння, треба систематично вправляти дітей у самостійному застосуванні вивчених алгоритмів.

Ділення на одноцифрове число

При підготовці до вивчення ділення багатоцифрового числа на одноцифрове необхідно виконати низку вправ, пов'язаних з безпосереднім визначенням при діленні кількості цифр у частці. Для цього підбираються такі підготовчі вправи.

- Який найвищий розряд у даному числі? (5324) (од. тис.)
- Скільки цифр буде в запису числа, якщо найвищий його розряд, наприклад, десятки тисяч? (5 цифр)
- Скільки всього десятків (сотень і т.д.) в даному числі? (2837)? (всього 28с. ,283 д. ,2837 од. , 2 од. тис.)

Потрібно також нагадати учням зв'язок дії ділення і множення, повторити властивість ділення суми на число, випадки ділення з остачею. [2, 129-130]

Вправи:

1) Виконай обчислення 28:3; 17:5; 38:4; 31:7; 13:5; 18:4; 20:6; (18+12):3; (20+45):5.

2) З даного прикладу 20·4=80 складіть приклади на ділення.

3) Математичний диктант: запишіть скільки всього десятків в числі 1243, 4729, 10037; скільки сотень в числі 20736, 59259, 93411; скільки одиниць в числі 349257, 959121, 25999.

Результати:

1) 9(ос. 1); 3(ос. 2); 9(ос. 5); 2 (ос. 3); 4(ос. 2); 3(ос. 2); 10; 15

2) 80 : 4 = 20, 80 : 20 = 4;

3) 4дес.; 2дес.; 3дес.; 7сот.; 2сот.; 4сот.; 7од.; 1 од.; 9од.;

О з н а й о м л е н н я з діленням багатоцифрових чисел розглянемо теж на основі фрагментів уроків.

Тема. Ділення багатоцифрового числа на одноцифрове (загальний випадок)

Процес оволодіння діленням багатоцифрового числа на одноцифрове – один з найважчих у вивченні початкового курсу математики. Тут необхідне неодноразове докладне пояснення вчителя і тривале коментування учнів. При поясненні звертаємо увагу на основні частини:

1) **Визначення кількості цифр у частці**

2) **Алгоритм ділення**

$$\begin{array}{l|l} \underline{\ }2148 & \underline{4\quad} \\ \underline{20\ \ } & 537 \\ \underline{\ }14 & \\ \ \ \underline{12} & \\ \ \ \underline{\ }28 & \\ \ \ \ \ \underline{28} & \\ \ \ \ \ \ \ 0 & \end{array}$$

Зразок докладного пояснення:

1. Отже, визначимо кількість цифр у частці. Перше неповне ділене – 21 сотня. 21 сот. можна поділиться на 4, дістанемо у частці — сотні.

Найвищий розряд частки — сотні, тому частка трицифрова. Ставимо у частці три крапочки.

2. Перше неповне ділене 21 сотня ділимо на 4, отримаємо 5сот. На місті сотень пишемо цифру 5. Дізнаємося, скільки сотень ми поділили. Для цього 5 сот. помножимо на 4, дістанемо 20сот.(підписуємо 20 сот. під першим неповним діленим 21 сот.) Дізнаємось, скільки сотень ми не поділили: від 21 сот. віднімемо 20сот. Дістали 1 сот.

Утворимо друге неповне ділене 1 сот. – це 10дес. Та ще 4дес., дістанемо 14дес. 14дес. поділити на 4, дістанемо 3дес. Цифру 3 пишемо в частці на місці десятків. Дізнаємося, скільки десятків ми поділили, для цього ми 3дес. помножимо на 4, дістанемо 12дес.(підписуємо під 14 дес.) Дізнаємось, скільки десятків ми не поділили. Для цього від 14дес. віднімемо 12дес. Дістанемо 2дес.

Утворимо трете неповне ділене 2дес. – це 20од та ще 8од. Дістанемо 28од. 28од. поділити на 4 дістанемо 7од. На місці одиниць у частці пишемо 7. Визначимо, скільки одиниць ми поділили, помножимо 7од. на 4, дістанемо 28од.. Бачимо, що поділили усі одиниці Отже, частка – 537.
Зробимо перевірку, для цього 537 .4.

$$\begin{array}{r} \times 537 \\ 4 \\ \hline 2148 \end{array}$$

Подамо і зразок короткого пояснення цього самого прикладу.

Ділене 2148, дільник 4. Перше неповне ділене 21 сот. У частці дістанемо трицифрове число. 21 поділимо на 4,буде 5. Поділили 20 сот., залишилося 1 сот.

Друге неповне ділене 14 дес. Поділимо на 4, буде 3 дес. Поділили 12 дес. Залишилося 2 дес. Трете неповне ділене 28 од. Поділимо на 4, буде 7 од.. Частка 537. [5, 196-197]

Слід звернути особливу увагу на випадки ділення, коли в результаті дістанемо нулі в кінці або в середині частки. Щоб учні не пропускали нулі в частці, треба привчати їх ще до виконання ділення за назвою першого неповного діленого визначити кількість цифр у частці.

Треба домогтися усвідомлення учнями, що процес знаходження кожної з цифр частки складається з таких операцій:

1. Утворення неповного діленого,
2. Знаходження відповідної цифри частки,
3. Знаходження числа одиниць відповідного розряду, які поділили,
4. Знаходження числа одиниць цього розряду, що залишилися неподіленими, і визначення за остачею правильності дібраної цифри частки.

Відповідно до цього будується загальна пам'ятка (див. додатки). [12, 25]

На одному з уроків варто порівняти ділені із відповідними зручними доданками.

741 | 3
6 | 247
14
12
21
21
0

Неповні ділені	Зручні доданки
700	600
140	120
21	21

Якщо знайдемо зручні доданки, то можна виконати ділення усно 741 : 3 = (600 +120 +21) : 3= 20+40+7 = 247

(Зручними доданками є такі числа, від ділення яких на дільник дістаємо розрядні доданки частки).

_1509 | 3
15 | 503
09
_9
0

Особливу увагу слід звернути на випадки ділення, коли в середині діленого 0.

Учні легко пам'ятають, що 15 сотень ділиться на 3 без остачі; у частці дістають 5 – цифру сотень. Помічають, що в розряді десятків у діленому 0. Найважливіший момент: "0 десятків при діленні на 3 дає 0 – цифру десятків у частці". Лишається знайти цифру одиниць 9: 3= 3.

Неповні ділені	Зручні доданки
700	600
140	120
21	21

Складене іменоване число при діленні

замінюють на прості. Якщо ділене і дільник іменовані числа, то їх треба подати простими іменованими числами в однакових одиницях.

14 грн 80 к : 40 = 37 к

14грн 80 к = 1480 к

14 грн 80 к.: 40к = 37 [4, 120]

Слід пам’ятати, що при діленні:

- ✓ іменованого числа на абстрактне ми повинні одержати іменоване;
- ✓ іменованого числа на іменоване ми одержимо число абстрактне. [33, 153]

Учнями варто показати скорочений запис ділення. Однак стимулювати перехід на короткий запис не слід. Він утруднює процес ділення.

```
56136 | 4
16    | 14034
  13
   16
    0
```

Ділення на двоцифрове число

Під час ділення багатоцифрових чисел на двоцифрове число користуються правилом ділення суми на число.

Під час о з н а й о м л е н н я розглядають ділення трицифрового числа (без остачі і з остачею) на двоцифрові з одноцифровою часткою, звернувши увагу на спосіб знаходження цифри частки.

Пояснення. Розглянемо приклад на ділення трицифрового числа на одноцифрове з остачею.

Ділене 752, дільник 86. Цифру частки будемо добирати, а потім випробувати. Щоб легше добирати, замінимо дільник розрядним числом. Це буде 80. Поділимо 752 на 80; для цього достатньо 75 поділити на 8, буде 9. Перевіряємо цифру 9. 80 помножити на 9, буде 720 та ще 6 помножити на 9, буде 54, разом більше, ніж 752. Цифра 9 не підходить. Візьмемо цифру 8. 80 помножити на 8, буде 640 та ще 6 помножити на 8, буде 48, разом 688 менше, ніж 752. Цифра 8 підходить. Запишемо її в частку. Знайдемо, скільки одиниць залишилося поділити: від 752 відняти 688, буде 64. Частка 5, остача 64.

```
_752 | 86
 688 | 8
  64
```

Зазначимо, що існує ще одна форма запису цього ж прикладу:

$$\begin{array}{r|l} \_752 & \underline{86} \\ \underline{688} & 8(ост.64) \\ 64 & \end{array}$$

Тема. Ділення багатоцифрового числа на двоцифрове, загальний випадок.

30552 :57

За проведеним міркуванням зробити відповідний письмовий запис.

1) Визначимо кількість цифр частки.

Перше неповне ділене 305 сот.. 305 сот. можна поділити на 57, дістанемо – сотні. Отже, вищим розрядом частки будуть сотні., тому частка буде трицифрова(ставимо у частці три крапочки)

3) Алгоритм ділення.

Перше неповне ділене 305 сот. поділимо на 57, дістанемо 5сот. (на місці сотень у частці пишемо цифру 5). Дізнаємося скільки сотень ми поділили, для цього 5 сот, помножимо на 5, буде285 сот.(записуємо під сотнями). Дізнаємося скільки сотень ми не поділили: від 305 сот. -285 сот., буде 20 сот.

Утворимо друге неповне ділене:20 сот. –це 200 дес. та ще 5 дес. буде 205 дес. 205 дес. поділимо на 57 дістанемо 3 дес. (на місці десятків пишемо у частці цифру 3) Дізнаємося скільки десятків ми поділили, для цього 3дес. помножимо на 57, буде 171 дес.. Дізнаємося скільки десятків не поділили, для цього від 205 -171, буде 34 десятки.

Утворимо третє неповне ділене: 34 дес. –це 340 од. те ще 2 од., буде 342 од.. 342 од. поділимо на 57 дістанемо 6 од.(на місці одиниць пишемо у частці цифру 6). Дізнаємося скільки одиниць ми поділили, для цього 6од.. помножимо на 57, буде 342одиниці.. Дізнаємося скільки одиниць не поділили, для цього від 342од. – 342од., дістанемо 0од. Ми поділили всі одиниці. Процес ділення закінчено.

Розглянемо. ділення багатоцифрового числа на круглі десятки (загальний випадок).

Треба поділити 45780 на 60.

```
_45780 | 60
 420   | 763
 _378
  360
   _180
    180
      0
```

Пропонуємо таке пояснення.

1) Визначення кількості цифр частки.

Перше неповне ділене 457 сот. Ділимо на 60 дістанемо сотні. Найвищий розряд частки - сотні, тому частка трицифрова (ставимо у частці три крапочки)

2) Алгоритм ділення.

Перше неповне ділене 457 сот. Ділимо на 60, отримаємо 7 сот. На місці сотень в частці пишемо цифру 7. Дізнаємось скільки сотень ми поділили. Для цього 7 сот. помножимо на 60. Дістанемо 420 сот. Дізнаємось скільки сотень ми не поділили, від 457сот. віднімемо 420 сот. Дістанемо37сот.

Утворимо друге неповне ділене:37сот.- це 370 дес. та ще 8дес.,дістанемо 378дес. 378дес. поділити на 60 дістанемо 6дес. Цифру 6 пишемо в частці на місці десятків. Дізнаємось скільки десятків ми поділили, для цього 6дес. помножимо на 60.буде 360 дес. Дізнаємось скільки десятків ми не поділили, від 378дес. віднімемо 360 дес. Дістанемо 18 дес.

Утворимо третє неповне ділене 18 дес. — це 180 од..та ще 0 од. буде

180 од.. Ділимо на 60.,дістанемо 3 од. В частці на місці одиниць пишемо цифру 3. Дізнаємось скільки одиниць ми поділили, для цього 3 од. множимо на 60, буде 180 од. ..Бачимо, що всі одиниці поділили. Отже, частка 763. [5, 204]

Є ще одна форма виконання прикладів даного виду – закреслення нулів. Теоретичною основою для цього є властивість зменшення в однакову кількість разів діленого і дільника (в даному випадку – в 10 разів), від чого частка не зміниться.

```
_45780  60
 420    763
 _378
  360
   _18
    18
     0
```

Аналогічно пояснюють ділення багатоцифрового числа на круглі десятки, коли в частці з'являються нулі, та ділення, коли частка містить нулі.

Розглянемо такі приклади: 24538 :61 ; 323640 :62 ;34568 :64.

Пояснення

```
_24583  61
 244    403
  _183
   183
     0
```

Коротке пояснення.

Перше неповне ділене 245 сот. можна поділити на 61, дістанемо сотні. . Отже, вищим розрядом частки будуть сотні. У частці буде 3 цифри.

Визначимо першу цифру частки. Для цього поділимо 24 на 6,буде 4 ;

61 помножимо на 4, буде 244. Від 245 відняти 244, буде 1 (сотня).

Друге неповне ділене 18 дес. не можна поділити на 61 так, щоб дістати десятки. Тому в частці на місці десятків пишемо нуль.

Третє неповне ділене 183од.. Визначимо третю цифру частки і т.д.

```
_323640  62
 310     5220
 _136
  124
  _124
   124
      0
```

У цьому прикладі останнє (четверте) неповне ділене - нуль одиниць. 0 поділити на 62 буде 0. На місці одиниць у частці записуємо 0.

```
_34568 | 64
 320   | 540
 _256
  256
     8
```

У цьому прикладі третє неповне ділене — 8 одиниць. 8 не ділиться на 64. Отже, в частку на місці одиниць запишемо 0, а 8— це остача. [2, 136-138]

Ділення на трицифрове число

Прийом ділення на трицифрове число аналогічний прийому ділення на двоцифрове, при цьому дільник для знаходження цифр частки замінюють тризначним розрядним числом; наприклад, під час ділення на 643 дільник заокруглюють до 600 і цифри частки знаходять послідовним діленням числа на 100 і 6.

Цифру частки перевіряють усно, і в цьому основна трудність ділення. Пояснюємо учням, що в разі трицифрового діленого немає потреби множити на цифру частки все трицифрове число. Досить помножити лише дві цифри вищих розрядів і порівняти знайдений результат з неповним діленим. Такі усні обчислення учням 4 класу доступні.

Пояснимо сказане на прикладі:

```
_37294 | 643
 3215  | 58
 _5144
  5144
     0
```

1)Визначимо кількість цифр частки.

Ділене 37294. Дільник 643. Перше неповне ділене – 3729 десятків, можна поділити на 643, дістанемо десятки. Найвищий розряд частки – десятки. Отже, . частка – двоцифрова.

2) Алгоритм ділення.

Щоб поділити 3729д. на 600, досить 37 поділити на 6; візьмемо 6. Перевіримо цю цифру: $64 \cdot 6 = 384$. Це число вже більше за число 372. Цифра 6 не підходить. Беремо 5. Перевіряємо і цю цифру. $64 \cdot 5 = 320$; $320 < 372$. Цифра 5 підходить. Записуємо її в частці. Дізнаємося, скільки десятків ми поділили: 643·5= 3215. Визначимо, скільки десятків залишилося: 3729 – 3215 = 514. Остачу 514 десятків не можна поділити на 643 так, щоб дістати десятки, отже, цифру частки знайшли правильно. Утворимо друге неповне ділене: 514 д.- 5140 од.,та ще 4 од. буде5144од.. Щоб поділити 5144 на 600, досить 51 поділити на 6, візьмемо 8. Перевірка свідчить, що цифра 8 підходить. Частка 58.

Коли учні навчаться ділити на трицифрове число, можна запропонувати їм розв'язати кілька прикладів на ділення на чотири-, п'ятицифрове число.:

2683296:5324; 854490 :20345.

У таких прикладах немає нічого принципового нового для дітей, але важливо створити таку ситуацію, щоб учні застосовували відомі їм обчислювальні прийоми в нових умовах і тим самим перевірили б свої знання і одночасно впевнилися втому, що тепер вони вміють ділити на будь - яке число.

Отже, розв'язуючи достатню кількість прикладів на ділення, вчитель завжди може сформувати міцні обчислювальні навички.

При діленні на одноцифрове число слід робити перевірку результату множенням. При цьому удосконалюються навички множення на одноцифрове число. Звичайно, велику роль в удосконаленні обчислювальних навичок є розв'язування прикладів, задач, особливо із заданими значеннями таких величин, як довжина, маса, вартість, швидкість та ін.

Ділення на трицифрове число слід починати з формування найважливішої навички – знаходження цифри частки.

В ході вивчення ділення на одноцифрове число звертається увага на:

– Визначення кількості цифр у частці;

– Повторення властивостей ділення суми на число, випадків ділення з остачею; зв'язок дії ділення з дією множення;

– Випадки ділення, коли в результаті дістанемо нулі в кінці або в середини частки;

– Випадки ділення, коли в середині діленого 0, в кінці два нулі;

– Ділення складених іменованих чисел;

– Коли при діленні залишається остача в кінці частки треба приписати нуль.

Розглядаючи ділення на двоцифрове число, доцільно зосередитись на:

- Визначення кількості у частці;
- Ділення багатоцифрового числа на круглі десятки;
- Ділення, коли частка містить нулі;
- Ділення складених іменованих чисел.

Слід звернути увагу на те, що основні труднощі, які виникають у деяких учнів у процесі засвоєння навичок множення і ділення багатоцифрових чисел, і типові помилки при виконанні цих дій пов'язані, насамперед, з недостатніми знаннями таблиць додавання і множення одноцифрових чисел, із слабким засвоєнням самих алгоритмів обчислень. Ось чому треба систематично проводити з учнями роботу, пов'язану з удосконаленням навичок табличних обчислень.

Виконуючи письмове множення на дво- та трицифрові числа, учні часто неправильно записують неповні добутки, забуваючи, що при множенні на десятки / сотні, ми отримаємо десятки / сотні, а не просто одиниці.

Також нерідко спостерігається в учнів помилка при діленні багатоцифрових чисел, коли в частці учні пропускають один чи декілька нулів. Як показують спостереження за учнями, основними причинами цих помилок є:

➢ Невміння учнів визначати кількість цифр у частці;

➢ Уявлення учнів про те, що якщо менше число не ділиться на більше, то частки не буде;

➢ Формальне засвоєння способу утворення неповних ділених;

➢ Відсутність знань про те, що кожне неповне ділене обов'язково дає цифру частки відповідного розряду.

Для того, щоб попередити виникнення цих помилок, потрібно:

✓ по-перше, дотримуватись такого пояснення, щоб кожному учневі був доступний логічний перехід від розряду першого неповного діленого до кількості цифр у частці (якщо першим неповним діленим є, наприклад, сотні, то і в частці будуть сотні);

✓ по-друге, наочно встановлювати відповідність одержаною і визначеною кількістю цифр у частці.

Формування обчислювальних навичок письмового ділення багатоцифрових чисел доцільно пов'язувати з формуванням в учнів більш простих умінь, пов’язаних з окремими пунктами алгоритму: визначити неповне ділене, найвищий розряд частки, кількість цифр частки, вказувати цифру частки; дізнаватись, скільки одиниць даного розряду поділили; перевіряти цифру частки.

2.3.Приклади роботи над розв’язуванням складених задач з багатоцифровими числами

У загальній системі навчання математики розв’язування задач є одним з видів ефективних вправ.

Розв’язування задач має дуже велике значення насамперед для формування в дітей повноцінних математичних понять, для засвоєння ними теоретичних знань, визначених програмою.

Так, якщо хочемо сформувати в школярів навички виконання арифметичних дій над багатоцифровими числами, необхідно, щоб учні розв’язували достатню кількість задач з виконанням саме цих арифметичних дій. [2, 154]

Розглянемо декілька задач з підручника для 4 класу, в яких для розв’язання потрібно виконувати дії над багатоцифровими числами.

Задача №768

1. *Ознайомлення зі змістом задачі*

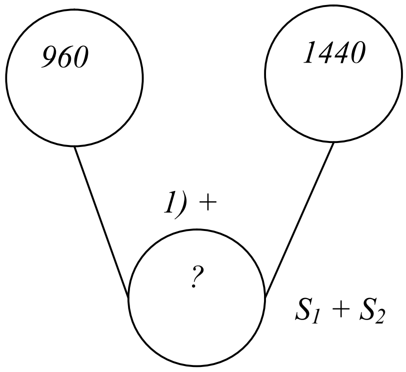
Мотоцикліст був у дорозі 2 тижні. Першого тижня він проїхав 960 км, а другого – 1440 км. Всього він був у дорозі 60 год. Скільки годин їхав мотоцикліст першого тижня, і скільки – другого?

2. *Повторення змісту задачі (за коротким записом)*

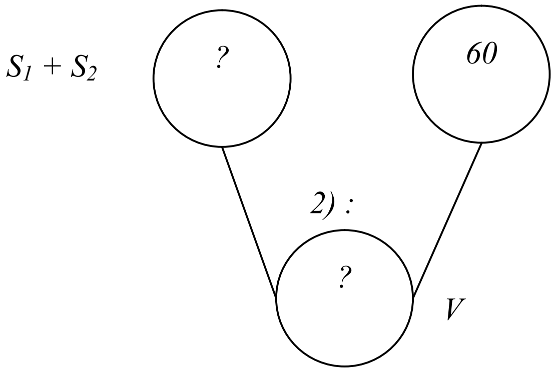
$$\left.\begin{array}{l}\textit{1 тиждень – 960 км, ? год}\\ \textit{2 тиждень – 1440 км, ? год}\end{array}\right\}\ \textit{60 год}$$

3. *Розбір задачі*

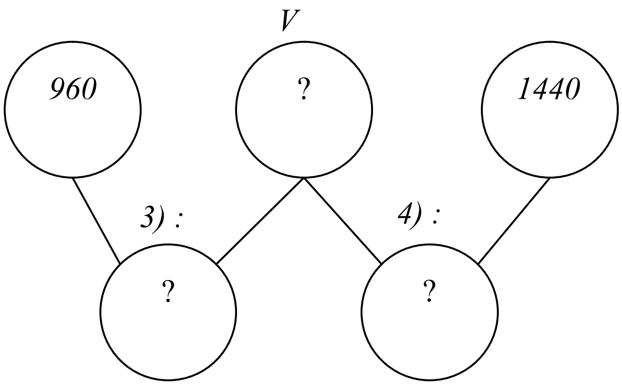
– Знаючи, що за 1 тиждень мотоцикліст проїхав 960 км, а за 2 – 1440, ми можемо знайти загальну відстань, яку проїхав мотоцикліст за 2 тижні, якщо виконаємо дію додавання, бо треба об’єднати, тобто додати відстані.



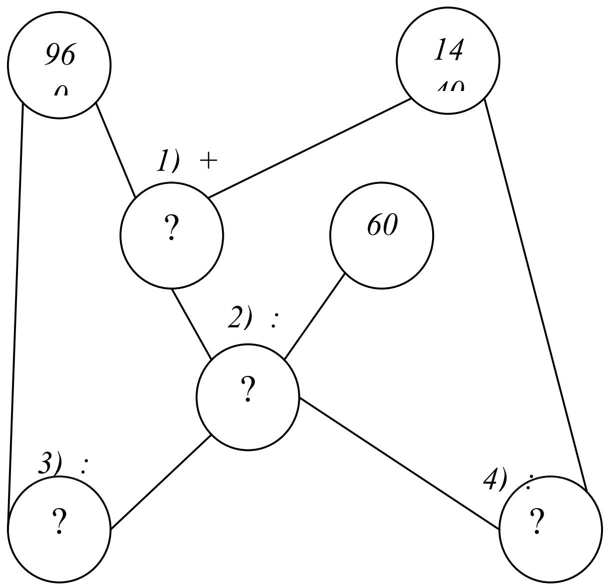
– Звідси можемо зробити висновок, що цей шлях мотоцикліст проїхав за 60 годин, тому можемо дізнатись, яку відстань проїхав за 1 годину, тобто його швидкість, якщо відстань поділити на час (бо так знаходиться швидкість).



– Знаючи швидкість мотоцикліста і знаючи, яку відстань проїхав він кожного тижня, можемо знайти час, протягом якого мотоцикліст був у дорозі кожного тижня, якщо відстань поділимо на швидкість, бо так знаходиться час.



– Загальна схема матиме такий вигляд:



4. *Розв'язання*

1) 1440
960
2400 (км) – весь шлях за 2 тижні

2) 2400 : 60 = 40 (км/год) – швидкість мотоцикліста

3) 1440 40
12 36 (год) – був в дорозі другого тижня
24
24
0

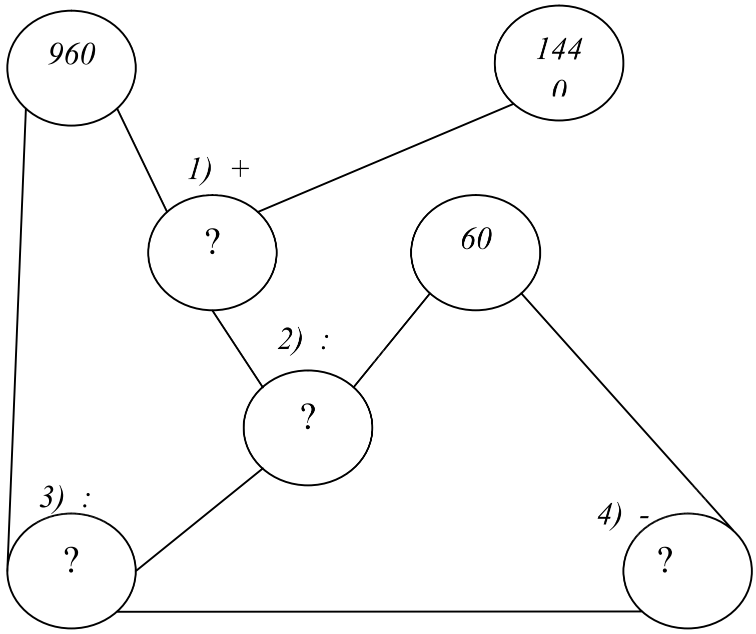
4) 960 40
8 24 (год) – був у дорозі першого тижня
16
16
0

Відповідь: першого тижня мотоцикліст був в дорозі 24 години, а другого – 36 годин.

5. *Творча робота над задачею*

– Розв'яжемо задачу іншим способом?

– Можна було в 4дії відняти від 60год – 36год.



<u>***Задача 977***</u>

1. <u>Ознайомлення зі змістом задачі</u>

Першого дня в магазин привезли 5428 центнерів овочів, а другого – у 7 разів більше. В овочесховище відвезли 1/4 від всього, що завезли. Скільки центнерів овочів відвезли в овочесховище?

2. <u>Повторення задачі (за коротким записом)</u>

1д. – 5428ц
2д. – у 7р. >
Овочесховище - $\frac{1}{4}$ від ?ц

3. <u>Розбір задачі</u>

4. <u>Розв'язання задачі</u>

– Розв'яжемо задачу за схемою-опорою, використовуючи елементи диференціації.

1 рівень	2 рівень	3 рівень
1) 5428·7 = □ (ц) 2) 5428 + □ = ○ (ц) 3) ○ :4 = ◊ (ц)	1) 5428·7 = □ (ц) 2) 5428 … □ = ○ (ц) 3) ○ …4 = ◊ (ц)	1) □…□ = □ (ц) 2) □…□ = □(ц) 3) □:4 = □(ц)

– Перевіримо розв’язання задачі по групах.

1) $5428 \cdot 7 = 37996$ (ц) – привезли 2 дня

2) 5428 + 37996 = 43424 (ц) – привезли всього

3) 43424 :4 = 10856 (ц)

Відповідь. В овочесховище відвезли 10856 ц.

5. Творча робота над задачею

Отже, задачі є тим конкретним матеріалом, за допомогою якого в дітей формуються нові знання і закріплюються в процесі застосування уже здобуті знання. Виступаючи в ролі конкретного матеріалу для формування знань, задачі дають можливість пов’язувати теорію з практикою, навчання з життям. Розв’язування задач формує в дітей практичні вміння, потрібні кожній людині в повсякденному житті. Наприклад, обчислити вартість покупки, ремонту квартири тощо.

Розглянемо диференційовані завдання до вивчення теми "Нумерація багатоцифрових чисел".

1 рівень

1. Перепиши числа, записуючи до кожного з них попереднє і наступне числа: 20001, 73309, 2770.

2. Скільки одиниць виражає цифра 2 у записі кожного з чисел: 248, 32056, 154529.

3. Виконай усно дії: 175000 + 500; 125600 – 400; 16500 + 8; 64230 – 14.

4. Запиши кожне число у вигляді суми його розрядних доданків за зразком: 247900, 599809, 80007.

Зразок: 65708 = 60000 + 5000 + 700 + 8.

5. Використовуючи лише цифри 3, 6, 5, і не повторюючи їх, запиши найбільше і найменше трицифрові числа.

2 рівень

1. Перепиши числа, записуючи до кожного з них попереднє і наступне числа: 30010, 73299, 4500.

2. Скільки десятків виражає цифра 5 у записі кожного з чисел: 40576, 25007, 98175.

3. Виконай усно дії: 324000 + 500; 259800 – 800; 24864+ 36; 74634 – 35.

4. Запиши кожне число у вигляді суми його розрядних доданків: 600700, 698005, 70000, 451009.

5. Використовуючи лише цифри 7, 3, 1, 5 і не повторюючи їх, запиши найбільше і найменше чотирицифрові числа.

3 рівень

1. Перепиши числа, записуючи до кожного з них попереднє і наступне числа: 50000, 80099, 999999.

2. Скільки тисяч виражає цифра 7 у записі кожного з чисел: 799195, 971136, 56487, 97235, 99745.

3. Виконай усно дії: 65400 + 600; 259800 – 900; 17869 + 134; 65478 – 580.

4. Запиши кожне число у вигляді суми його розрядних доданків: 500500, 500050, 506407, 24004.

5. Використовуючи лише парні цифри і не повторюючи їх, запиши найбільше і найменше п’ятицифрові числа.

Розглянемо, в чому ж полягала диференціація. В першому завданні учням 1 рівня пропонуються завдання, де для знаходження попереднього і наступного числа потрібно виконувати дії, по суті, над двоцифровими числами, адже інші цифри числа не змінюються. В завданнях 2 рівня – це вже дії над трицифровими числами, а в 3 рівні – це вже багатоцифрові числа.

В другому завданні диференціація полягала лише в тому, що дане число позначало іншу розрядну одиницю (чим сильніші учні – тим більшу). Третє завдання диференціювалось залежно від того, чи відбувався перехід через розряд, і якщо так – то через скільки: в завданнях 1 рівня – це приклади без переходу через розряд, 2 рівня – приклади, де в результаті одержували круглі числа, 3 рівня – з переходом (2 переходами) через розряд.

При записі складу числа у 4 завданні, для першого рівня було подано зразок запису, для двох інших рівнів цього не було. Крім того, у завданні 3 рівня підібрано числа, у яких одні і ті ж цифри позначають різні розряди, що може трохи заплутати дітей. П’яте ж завдання – на розвиток логічного мислення. Кількість цифр у числах, які потрібно утворити, залежить від рівня дітей: адже, чим більше цифр – тим більше можливих варіантів.

Диференціація також можлива при виконанні прикладів з підручника. Наприклад, при виконанні прикладу *427·58 – 604·(816:24)* .

Для учнів першого рівня в якості допомоги запишемо порядок дій, а також першу дію. Для учнів другого рівня – лише порядок перших двох дій, порядок інших дій, а також їх виконання потрібно виконати самостійно. Для найсильніших учнів ніякою допомогу не надаємо, а ускладнюємо їх завдання, додаючи ще, щоб результати дій після виконання прикладу, записали в порядку зростання.

Це виглядатиме наступним чином:

<u>1 рівень:</u>

427·58– 604·(816:24)=

1) 427·58 = …66

2)

3)

4)

<u>2 рівень:</u>

427·58-604·(816:24)=

3)…

4) …

<u>3 рівень:</u>

427·58 – 604·(816:24)=

Визнач порядок дій. Результати кожної дії, після виконання прикладу, запиши в порядку зростання(34, 4230, 20536, 24766).

Щодо можливої диференціації при вивченні арифметичних дій над багатоцифровими числами, то тут можливий варіант перфокарток багаторазового використання. Розглянемо приклад диференціації при вивченні теми "Ділення багатоцифрових чисел" Візьмемо завдання для карток багаторазового використання (див. додатки).

<u>1 рівень</u>	*<u>2 рівень</u>*	*<u>3 рівень</u>*
1) 16112: 53 = .0.	1) 16112: 53 = ...	1) 16112: 53 =
2) 321280:64 = .0.0	2) 321280:64 = ...	2) 321280:64 =
3) 120192:48 = ….	3) 120192:48 = ….	3) 120192:48 =
4) 19734:253 = .8	4) 19734:253 = ..	4) 19734:253 =
5) 90180:45 = .0..	5) 90180:45 =	5) 90180:45 =

Або ж, візьмемо тему "Ділення з остачею"

1 рівень	*2 рівень*	*3 рівень*
1) 482160 :58 = .3.3 (ост.6)	1) 482160 :58 = ... (ост._)	1) 482160 :58 =
2) 50478:63 = .0. (ост.15)	2) 50478:63 = ... (ост.__)	2) 50478:63 =
3) 185157:805 = ..0 (ост.__)	3) 185157:805 = … (ост.__)	3) 185157:805 =

Як бачимо, учням 1 рівня для допомоги було запропоновано і кількість цифр у частці, а також – декілька її цифр. Учням 2 групи запропонували лише кількість цифр частки (та наявність остачі). Для найсильніших учнів ніякої підказки не передбачено.

Звичайно, кожен вчитель, виходячи з умов свого класу, може вносити свої корективи в особливості підготовки та організації диференційованої роботи. Це яскраво проявляється, наприклад, з досвіду роботи вчителя-методиста Смілянської ЗОШ І-ІІІ ступенів № 11 Олени Ганул. Суть методу диференціації за Оленою Ганул полягає в тому, що робота на уроці ділиться на кілька етапів. Дуже важливим аспектом методу диференційованого підходу вона вважає те, що діти самостійно обирають обсяг роботи для себе. Їм ніхто не диктує, як працювати сьогодні. І наприкінці уроку у дитини є почуття задоволення від добре зробленої роботи. Адже навіть учні з високою працездатністю не можуть кожен день працювати однаково добре. А учнів з низькою працездатністю не виникає комплексу неповноцінності, вони починають вірити у власні сили, навчаються охоче.

Поряд з основним завданням діти одержують ще додаткові. Найчастіше вони мають логічне навантаження. Учні працюють над ними тоді, коли своє завдання вони вже зробили і до наступного етапу лишився час. Таким чином, вони вчаться працювати зосереджено, не втрачаючи ні секунди дорогоцінного часу на уроці. Однак, за невиконання цих додаткових завдань не слід знижувати оцінку.

Отже, використання диференціації на уроках дає помітні результати, на таких уроках матеріал засвоюється глибоко. Диференціація вже довела свою життєздатність, і багато вчителів переконались у її перевагах.

Висновки

Вивчення нумерації та арифметичних дій в концентрі багатоцифрових чисел займає майже весь зміст курсу математики 4 класу. У результаті вивчення нумерації учні повинні вміти характеризувати будь-яке багатоцифрове число за відповідним планом. Школярі початкових класів засвоюють не тільки правильне читання і написання багатоцифрових чисел, але і вчаться порівнювати їх незалежно від кількості цифр у них. Важливо підкреслити те, що при вивченні нумерації багатоцифрових чисел учні повинні чітко усвідомити позиційний принцип запису чисел, зрозуміти, що одна і та ж цифра означає різне, залежно від того, де вона стоїть в записі числа.

У роботі систематизовано основні методичні прийоми та практичний досвід вчителів щодо вивчення нумерації багатоцифрових чисел. Основним завданням вчителя під час вивчення цієї теми є формування поняття про нову лічильну одиницю – тисячу як одиницю другого класу; виходячи з поняття класу, навчити читати і записувати багатоцифрові числа; узагальнити знання учнів про нумерацію цілих невід’ємних чисел. Розглянуто підхід щодо вивчення нумерації багатоцифрових чисел, який реалізовується в чинній програмі і підручниках початкових класів. А саме: багатоцифрові числа вивчаються у порядку збільшення (нарощування) розрядів, тобто починають вивчати чотирицифрові числа, потім – п’яти- і шестицифрові, а вже після цього дається поняття про клас.

Після вивчення нумерації багатоцифрових чисел, учні вчаться виконувати 4 арифметичні дії в цьому концентрі, що, по суті, є закріпленням і узагальненням процесу формування обчислювальних навичок за роки навчання в початкових класах.

Для вдосконалення обчислювальних навичок необхідно передусім забезпечити органічний зв'язок теоретичної і практичної частини програми, включати більше різних тренувальних вправ, зміцнювати зв'язок усних і письмових обчислень, що сприятиме вдосконаленню як усних, так і письмових обчислень.

Розвиток обчислювальних навичок в концентрі багатоцифрових чисел тісно пов'язаний з додержанням такої системи в їх формуванні:

1) підготовча робота до ознайомлення;

2) первинне закріплення обчислювального прийому;

3) застосування обчислювального прийому в різних умовах;

4) встановлення причин виникнення помилок і роботі над їх попередженням;

5) автоматизація обчислювальних навичок.

Така система допомагає не тільки "цементувати" знання, вміння та навички, але й сприяє розвитку самостійності й системності мислення, розвиває творчі сили учнів.

Відмітимо, що значний дидактичний потенціал при вивченні нумерації багатоцифрових чисел міститься в розв’язуванні текстових задач. Адже такі задачі є тим конкретним матеріалом, за допомогою якого в дітей формуються знання щодо нумерації багатоцифрових чисел, закріплюються обчислювальні навички та розвивається логічне мислення. Розглянуто методичні прийоми щодо розв’язання різних завдань з використанням елементів диференційованого навчання (розглядувані приклади – матеріал програмових підручників).

Впровадження у практику роботи, запропонованих результатів дозволить вчителю ефективніше організовувати вивчення нумерації та арифметичних дій з багатоцифровими числами.

Список використаних джерел

1. Бакан Н. В., Шост Н. Б. Уроки математики. 4 клас. Посібник для вчителя. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан. – 2004. – 320с.

2. Бантова М. О., Бельтюкова Г. В., Полевщикова О. М. Методика викладання математики в початкових класах – 2-е видання, випереоб. і доп. – К.: Вища шк., 1982. – 288с.

3. Богданович М. В. Математика: Підручник для 1 класу. – 3-те видання, доповнене і доопрацьоване. – К.: Освіта, 2007. – 144с.

4. Богданович М. В. Математика: Підручник для 4 класу. – К.: Освіта, 2004. – 159с.

5. Богданович М. В. Методика вивчення нумерації і арифметичних дій в початковій школі: Навч. посібник. – К.: Вища шк., 1991. – 208с.

6. Богданович М. В. Методика розв’язування задач у початковій школі: Навчальний посібник. – 3-тє вид., перероб. і допов. – К.: Вища шк., 1990. – 183 с.

7. Богданович М. В. Урок математики в початковій школі: Посіб. для вчителя. – К.:Рад. шк., 1990. – 192с.

8. Богданович М. В., Будна Н.О., Лишенко Г. П. Урок математики в початковій школі: Навчальний посібник. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан. – 2004. – 280с.

9. Богданович М. В., Козак М. В., Король Я. А. Методика викладання математики в початкових класах: Навчальний посібник. – 2-е видання, перероб. і доп. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2001. – 368с.

10. Будна Н.О., Головко З. Л. Довідник: Математика в схемах і таблицях. Посібник для учнів 1-4 класів. – Тернопіль: "Богдан". – 1997. – 32с.

11. Бутім В. Математична веселка // Початкова освіта. – 2004. – №1 – с.13-16.

12. Васильєва Т. Використання алгоритмів на уроках математики // Початкова школа. – 2006. – №1. – с.22-26.

13. Ганул О. Диференціація навчання // Початкова школа. – 2000. – №10. – с.11

14. Дашевська Л. П. Вивчення нумерації та формування обчислювальних навичок як засіб розумового розвитку школярів // Початкова школа – 1992 – 1 – с.25-29

15. Державний стандарт початкової загальної освіти //Початкова освіта. – 2004. – №19. – с.22

16. Друзь Б. Г. Творчі вправи з математики для початкових класів: Посібник для вчителів. – К.: Рад. шк., 1988. – 144 с.

17. Дюдіна Л., Дюдін М. Пізнавальна діяльність молодших школярів на уроці // Початкова школа. – 2006. – №6 – с.13-16.

18. Захарова А.М. Розвивальне навчання математики в початковій школі // Педагогіка і психологія. - №1. – с.21-24.

19. Король Я. А. Формування практичних умінь і навичок на уроках математики. – Тернопіль:"Навчальна книга – Богдан", 2000. – 136с.

20. Кочина Л. П., Листопад Н. П. Математика. 4 клас. Підручник для середньої загальноосвітньої школи. – К.: Літера ЛТД. – 2004. – 176с.

21. Логачевська С. П. Диференціація у звичайному класі: Методичний посібник для вчителя. – К.: Заповіт, 1998. – 336с.

22. Лодатко Є. Про математичну підготовку сучасного вчителя початкових класів // Початкова школа. – 2006. – №1. – с.37-41.

23. Моро М. Г., Пишкало А.М. Методика навчання математики в 1-3 класах: Посібник для вчителя. Пер. з рос. Т.М. Хмара. – К.: Рад. школа. – 1979. – 376с.

24. Наумчук М., Наумчук В., Корчевська О., Примаченко Н., Ткаченко Т. Новий універсальний довідник "Хочу все знати": Підручники і посібники. – 2001. – 176с.

25. Овчарова Т. Види роботи над задачею // Початкова освіта. – 2006. – №4. – с.1-6.

26. Позднякова Т.П. Використання творчих вправ і завдань, розвивальних ігор на уроках у початкових класах. Математичний марафон // Розкажіть онуку. – 2004. – №3. – с.115-117.

27. Програми для середньої загальноосвітньої школи / 1-2 класи. – К.: Початкова школа. – 2001.

28. Програми для середньої загальноосвітньої школи / 3-4 класи. – К.: Початкова школа. – 2003.

29. Скворцова С., Тарнавська С. Програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів (1-4 класи) // Початкова школа. – 2006. – №11. – с.43-45,50.

30. Сморжевський Л.О., Берека В. П., Варишнюк Н. Г. Математика 1-4 класи. Теоретичні основи. За ред. Дарманського М. М. – Хмельницький, 2004. – 544с.

31. Стадник І. Активізація розумової діяльності учнів початкових класів на уроках математики // Початкова освіта. – 2004. – №2. – с.13-15.

32. Сухомлинський В. О. Проблеми виховання всебічно розвиненої особистості. Вибрані твори в 5-и томах. Т.1. – К.: Рад. шк., 1987.

33. Черевко О.М. Довідник школяра молодших класів. 1-4 класи. – Х.: ВД "Школа". – 2003. – 288с.

34. Чистякові Г. Ф. Використання графічних схем при розв'язуванні задач з математики в початковій школі // Початкове навчання та виховання. – 2006. – №10. – с.2-7.

35. Шпакова В. Про основні зміни у програмі з математики для початкових класів // Початкова школа. – 2006. – №8. – с.28-33.

36. Юхименко Л. В. Якою має бути математика в початковій школі? // БВПШ. – 2003. – № 5. – с.41-44.

37.Щербан Т.Д., Щербан Г.В. Вивчення елементів алгебри в початковій школі: Навчальний посібник / Щербан Т.Д., Щербан Г.В.-К.: Кондор-Видавництво, 2015.- 278с.

Для нотаток

Навчально-методичне видання

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ НУМЕРАЦІЇ БАГАТОЦИФРОВИХ ЧИСЕЛ ТА АРИФМЕТИЧНИХ ДІЙ НАД НИМИ

Методичні рекомендації

Укладач *Г.В. Щербан*

Тираж 10 пр.

Свідоцтво про внесення суб’єкта видавничої справи до
Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої
продукції ДК № 4916 від 16.06.2015 р.

Редакційно-видавничий відділ МДУ,
89600, м. Мукачево, вул. Ужгородська, 26