



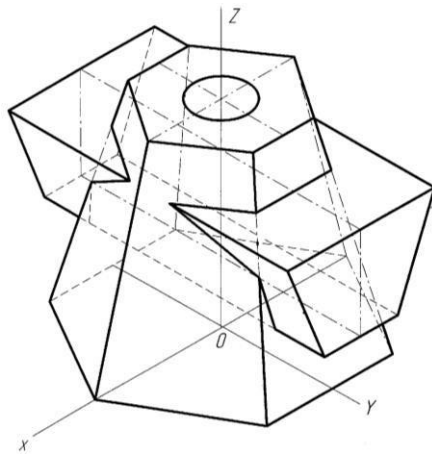
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МУКАЧІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра машинобудування, природничих дисциплін та
інформаційних технологій



ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ Частина 1 «Нарисна геометрія»

для студентів спеціальності 131 «Прикладна механіка»



Мукачєво МДУ
2019

УДК 744.44 (075.8)

*Розглянуто та рекомендовано до друку науково-методичною радою
Мукачівського державного університету
протокол № __ від _____ 2019р.*

*Розглянуто та схвалено на засіданні кафедри машинобудування,
природничих дисциплін та інформаційних технологій
протокол № 2 від 16 вересня 2019р.*

Укладачі:

Хом'як Б.Я. – к.ф.-м.н., доцент кафедри машинобудування,
природничих дисциплін та інформаційних технологій МДУ

Габовда О.В. – ст.викладач кафедри машинобудування, природничих
дисциплін та інформаційних технологій МДУ

Рецензент:

I-62

Інженерна та комп'ютерна графіка: Лабораторний практикум
Частина 1 «Нарисна геометрія» для студентів спеціальності 131
«Прикладна механіка» / укладачі: Б.Я. Хом'як, О.В. Габовда. –
Мукачево: МДУ, 2019. – 52с. (1,9др.арк.)

Лабораторний практикум призначений для виконання лабораторних робіт з нарисної геометрії, містить короткі теоретичні відомості та порядок виконання лабораторних робіт. Практикум служить для формування знань по методах зображення геометричних фігур на площині (поверхні), способах вирішення позиційних та метричних задач, які потрібні для виконання та читання креслень різноманітних виробів, без чого неможлива інженерна діяльність.

© МДУ, 2019

ЗМІСТ

Стор.

ПЕРЕДМОВА.....	4
УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ.....	5
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1 Ознайомлення з роботою в системі автоматизованого проектування Компас 3D.....	6
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2 Точка. Комплексне креслення точки. Пряма. Знаходження натуральної величини відрізка та кутів його нахилу до площин проєкцій. Побудова слідів прямої. Взаємне положення прямих. Площина.....	10
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3 Належність точки і прямої площині. Перетин прямої з площиною та площин між собою. Паралельність і перпендикулярність прямої і площини та площин між собою.....	17
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4 Поверхні. Перетин поверхні площиною та прямою. Розв'язання позиційних і метричних задач способами перетворення комплексного креслення	24
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5 Взаємний перетин поверхонь. Основні способи побудови лінії перетину поверхонь	35
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6 Паралельні аксонометричні проєкції. Побудова аксонометричних проєкцій геометричних фігур	41
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7 Розгортки поверхонь. Побудова розгорток границ і кривих поверхонь	44
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	50

ПЕРЕДМОВА

Дисципліна «Інженерна та комп'ютерна графіка» входить у коло фундаментальних дисциплін, що складають основу інженерної освіти, і є базовим загальноосвітнім курсом. Частина I цього лабораторного практикуму присвячена розділу «Нарисна геометрія».

Нарисна геометрія вивчає методи зображення просторових форм на площині, графічні способи розв'язання задач у різних галузях науки і техніки. Її основне призначення - навчити студента володіти графічною мовою інженера – кресленням, яке є геніальним винаходом людської думки. Для того, щоб виразити свої інженерні думки за допомогою креслень, потрібне знання теоретичних основ побудови зображень геометричних об'єктів во всій їх різноманітності з врахуванням їх взаємного розташування тазв'язку.

Вивчення нарисної геометрії розвиває загальне наукове мислення, логічне мислення людини та вдосконалює його просторову уяву.

Знання та навички, набуті у курсі нарисної геометрії та інженерної графіки, необхідні також для вивчення загально інженерних та спеціальних технічних дисциплін протягом всього процесу навчання у ВУЗі.

Для ефективного вивчення цієї дисципліни, необхідна підготовка до кожного лабораторного заняття, яка включає опрацювання лекційного матеріалу та теоретичних відомостей, наданих до матеріалів кожної лабораторної роботи, відповідей на контрольні питання.

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

Геометричні об'єкти	Символи, знаки
Точки у просторі	$A, B, C, D, E, F, H, \dots$
Проекції точок:	
горизонтальні	A_1, B_1, C_1, \dots
фронтальні	A_2, B_2, C_2, \dots
профільні	A_3, B_3, C_3, \dots
Прямі і криві лінії	$a, b, c, d, e, f, g, h, \dots$
Проекції прямих, кривих ліній:	
горизонтальні	a_1, b_1, c_1, \dots
фронтальні	a_2, b_2, c_2, \dots
профільні	a_3, b_3, c_3, \dots
Прямі рівня:	
горизонтальна (горизонталь)	h
фронтальна (фронталь)	f
профільна	p
Сліди площин:	
горизонтальний	h^0
фронтальний	f^0
профільний	p^0
Площини, поверхні	$\alpha, \beta, \delta, \gamma, \dots, \Delta, \Phi, \Gamma, \Lambda, \dots$
Плоскі кути	$\angle \alpha, \angle \beta, \angle \gamma, \dots$
Довжина відрізка	
Основні площини проєкцій:	
горизонтальна площина проєкцій	Π_1
фронтальна площина проєкцій	Π_2
профільна площина проєкцій	Π_3
додаткові площини проєкцій	$\Pi_4, \Pi_5, \Pi_6, \dots$
система площин проєкцій	Π_1/Π_4
Система координат	$Oxyz$
Початок координат	O
Осі проєкцій:	
вісь абсцис	$Ox,$
вісь ординат	$Oy,$
вісь аплікат	Oz
натуральна величина	н.в.

Найбільш поширені символи

	паралельність
⊥	перпендикулярність
∩	перетин чи переріз
∩̇	мимобіжність
=	результат графічної дії
≡	збігається, конкурує
∈, ⊂	належить, є елементом
⊃	проходить, містить в собі
⇒	впливає, якщо..., то...

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

Тема: Ознайомлення з роботою в системі автоматизованого проектування Компас 3D.

Мета: Ознайомитися з інтерфейсом системи КОМПАС 3D, вивчити основні типи геометричних примітивів, засвоїти прийоми виконання найпростіших геометричних побудов.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

У системі КОМПАС 3D в залежності від роду інформації, яку треба зберегти, створюється три типи документів: тривимірні моделі; графічні документи і текстові документи.

До тривимірних моделей відносяться:

1. *Деталь* - модель виробу, що виготовляється з однорідного матеріалу без застосування складальних операцій. Файл деталі має розширенням *3d*.

2. *Зборка* – модель виробу, що складається з декількох деталей з заданим взаємним розташуванням. У склад зборки можуть входити інші зборки і стандартні вироби. Файл зборки має розширення *a3d*.

3. *Технологічна зборка* – зборка, що вміщує технологічні дані, наприклад, результат перерахунку розмірів моделі з врахуванням допусків, технологічні об'єкти (отвори для кріплення та ін.), технологічні моделі (інструменти, пристосування та ін.) Файл технологічної зборки має розширення *t3d*.

До графічних документів відносяться:

1. *Креслення* – графічне зображення виробу, основний напис, рамку. Якщо це робоче креслення, то можуть бути додаткові елементи оформлення – знаки шорткості, технічні вимоги та ін. Креслення може складатися з декількох аркушів. Файл креслення має розширення *cdw*.

2. *Фрагмент* – допоміжний тип графічного документу, що відрізняється відсутністю рамки, основного напису та інших об'єктів оформлення документу. Він застосовується для збереження зображень, які не потрібно оформляти як окремий аркуш (ескізи прорисовки, розробки та ін.). Крім того, у фрагментах зберігаються створені типові рішення для подальшого використання в інших документах. Файл фрагменту має розширення *fdw*.

До текстових документів відносяться:

1. *Специфікація* – текстовий документ, що вміщує інформацію про склад зборки, представлений у вигляді таблиці. Специфікація оформляється рамкою і основним написом. Зазвичай вона буває багатосторінковою. Файл специфікації має розширення *spw*.

2. *Текстовий документ* вміщує переважно текстову інформацію. Оформляється також рамкою і основним написом і буває багатосторінковим. Файл текстового документу має розширення *krw*.

Виконувати і оформляти креслення об'єктів згідно ЄСКД – основна

задача курсу, тому, заняття передбачають створення переважно файлів креслень.

Елементи інтерфейсу КОМПАС 3D представлені на Рис.1.

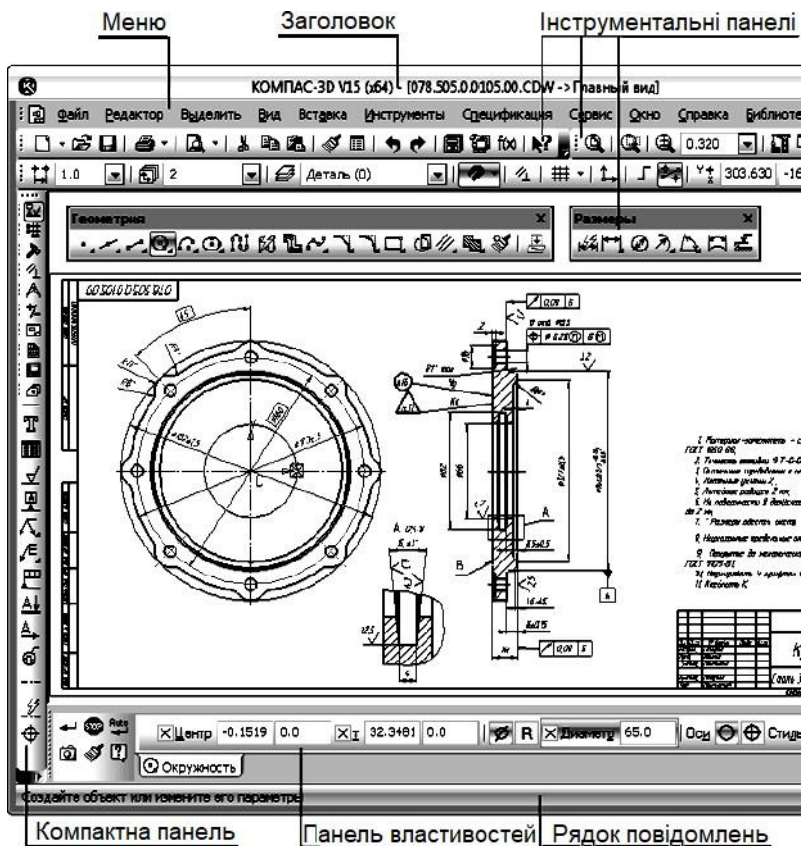


Рис.1- Интерфейс системы Компас 3D

Головне меню вміщує назви сторінок меню. Його склад залежить від типу поточного документу і режиму роботи системи.

Інструментальні панелі вміщують кнопки виклику команд системи.

Всі інструментальні панелі, що по замовчання присутні у вікні Компас, можна поділити на дві групи:

- перша група – це панелі *Стандартная, Вид, Текущее состояние* (склад панелей змінюється в залежності від типу поточного документу);
- друга група – решта інструментальних панелей. Вони вміщують кнопки виклику команд для створення і редагування об'єктів конкретного типу документу. Панелі другої групи для кожного типу документів об'єднані у систему **Компактну панель**. Ввімкнення і вимкнення відображення

панелей відбувається командами *Вид/Панели инструментов*. Компактна панель вміщує декілька інструментальних панелей і кнопки перемикання між ними.

Панель властивостей розташована відразу під вікном документа і служить для налаштування об'єкту при його створенні або редагуванні.

Рядок повідомлень містить повідомлення системи, що стосуються поточної команди або елементу робочого вікна, на який вказує курсор.

Для зручності користувача в системі КОМПАС передбачені різні способи і режими побудови геометричних об'єктів в меню інструментальної панелі *Геометрия*. На цій панелі зібрані директиви, за допомогою яких можна створювати геометричні об'єкти: точки, прямі, відрізки, окружності, еліпс, дуги кіл і еліпсів, багатокутники, криві Безьє.

Для точної побудови креслення необхідно включити **Прив'язки** – механізм, який дозволяє встановити чітку позицію курсору щодо характерних точок об'єктів.

Редагування включає наступні операції: видалення, переміщення, копіювання, поворот, масштабування, симетричне відображення, усічення частини кривої, деформацію зрушенням та ін.

Для редагування об'єктів їх необхідно попередньо виділити. Підтримується перенос і копіювання об'єктів через Буфер обміну. Перетягування мишею характерних точок будь-яких об'єктів дозволяє швидко міняти їх розмір і положення.

Завдання для аудиторної роботи

1. Переглянути та проаналізувати сторінки *Головного меню* системи.
2. Створити файл «Фрагмент» за допомогою команди *Файл/Создать* або відповідної кнопки. Зберегти файл у власній папці під іменем **Примітиви**.
3. Відобразити панель інструментів *Привязки* і впевнитися, що активовані прив'язки: *Ближайшая точка, Пересечение, Выравнивание, Точка на прямой*.
4. За допомогою панелі інструментів побудувати:
 - точки, задавши їх різними символами; відрізки, задавши їх різними типами ліній (основна, тонка, осьова, штрихова іпр.);
 - замкнуті контури різної конфігурації за допомогою кнопки *Непрерывный ввод объектов*.
 - кола різних радіусів і різних типів ліній, з осями і без. Кола побудувати декількома способами за допомогою розширених команд меню *Ввод окружности (Окружность по 2 точкам, Окружность по 3точкам)*.
 - два прямокутники різними способами за допомогою кнопки *Прямоугольник*, вибравши на панелі властивостей *Прямоугольник по 2 вершинам* і *Прямоугольник по центру и вершине*. Зробити на одному з них обрізку кутів, для чого вибрати кнопку *Скругление*, задати радіус в рядку параметрів об'єктів і клацнути лівою клавшею миші посторонах кутів

прямокутника. На іншому прямокутнику зрізати фаски, використовуючи кнопку *Фаска*, задавши її параметри в рядку параметрів об'єктів (довжину і кут фаски).

– два правильних багатокутника з осями і без за допомогою кнопки *Прямоугольник / Многоугольник*. Число сторін, спосіб побудови (по вписаному і описаному колу) і наявність осей задаються в рядку параметрів об'єктів.

– різне штрихування за допомогою піктограми *Штриховка* (крок штрихування (у мм), кут нахилу і тип штриховки вибираються в рядку параметрів об'єктів). Переключитися на заливку та виконати її.

– вертикальну вісь, симетрично від неї - допоміжні паралельні прямі на відстані 30мм, допоміжну пряму, перпендикулярну осі за допомогою відповідної кнопки панелі *Геометрия*.

6. Виконати роботу за допомогою панелі інструментів

Редактирование:

– створити прямокутник розміром 40x80 (мм) з осями симетрії будь-яким способом та виділити його рамкою за допомогою миші.

– скопіювати його на вільне поле креслення за допомогою кнопки *Копия с указанием*, вказавши потрібну точку на об'єкті копіювання.

– здійснити поворот на 90°. Для цього виділити прямокутник, натиснути кнопку *Поворот* та вказати на панелі властивостей кут повороту.

– виконати зсув фігури. Для цього виділити прямокутник, натиснути кнопку *Сдвиг* і вказати на яку відстань і в напрямку якої осі виконати цей зсув.

– провести пряму біля прямокутника і відносно неї виконати його симетричну копію. Для цього виділити прямокутник, натиснути кнопку *Симметрия* та вказати будь-які дві точки на прямій.

– створити коло діаметром 50мм з осями симетрії, виділивши її рамкою, зробити три копії цього кола, змінити масштаб кожної копії за допомогою кнопки *Масштабирование*, вказавши у панелі властивостей коефіцієнт масштабування по осі X (наприклад, 2.0 або 0,5).

– на побудованих примітивах виконати усічення кривої. Для цього натиснути кнопку *Усечь кривую* і клацнути мишею на ту частину кривої, яка повинна бути вилучена. Виконати це двома способами – усікти криву та усікти криву двома точками.

– зберегти зміни та закрити файл.

Контрольні питання

1. З яких елементів складається інтерфейс КОМПАС3Д?

2. Призначення механізму прив'язок.

3. Які операції виконуються за допомогою інструментальної панелі

Редагування?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Тема: Точка. Комплексне креслення точки. Пряма. Знаходження натуральної величини відрізка та кутів його нахилу до площин проекцій. Побудова слідів прямої. Взаємне положення прямих. Площина.

Мета: Ознайомитися з ортогональним проєкціюванням точки на головні площини проєкцій, та побудовою епюра Монжа. Ознайомитися з визначенням проєкцій прямої на епюрі, прямими окремого положення, видами взаємного положення прямих у просторі, визначенню натуральних величин відрізків та кутів їх нахилу до площин проєкцій. Ознайомитися із способами завдання площин, площинами окремого положення.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Основний метод складання технічних креслень – *метод Монжа* полягає у побудові комплексного креслення об'єкту на дві взаємно перпендикулярні площини проєкцій.

Сукупність кількох зв'язаних між собою проєкцій фігури (мінімум двох) називається системою прямокутних (ортогональних) проєкцій.

Лінії перетину взаємно перпендикулярних площин проєкцій називаються осями проєкцій (Ox , Oy , Oz).

Точка. Проєкцією точки називається точка перетину проєкціювального променя (прямої) з площиною проєкцій (Рис.1).

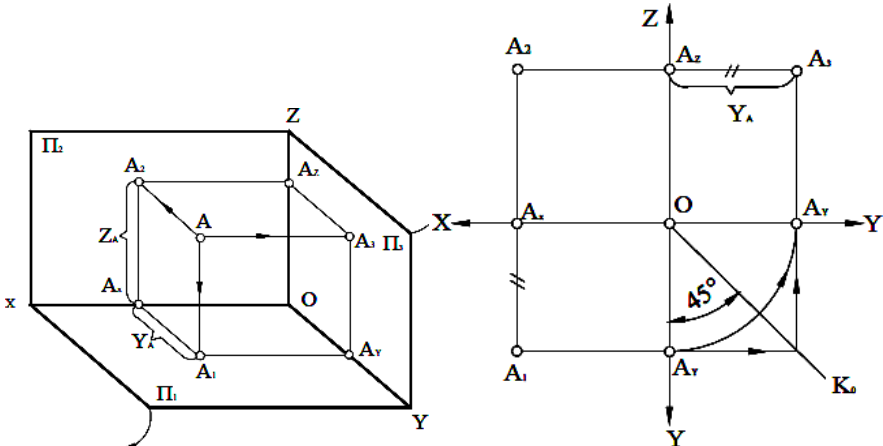


Рис.1 - Просторова модель проєкціювання точки A на площини проєкцій та її епюр

Фронтальна і горизонтальна проєкції точки завжди знаходяться на одній вертикальній лінії проєкційного зв'язку.

Фронтальна і профільна проєкції точки завжди знаходяться на одній горизонтальній лінії проєкційного зв'язку.

Визначник точки простору – дві її проєкції, а також три прямокутні координати. Умовний запис визначника точки A (A_1 , A_2) або A (X , Y , Z).

Кожну проєкцію точки визначають дві її координати: $A_1(X; Y)$; $A_2(X; Z)$; $A_3(Y; Z)$.

Проекціювальні промені AA_1 і AA_2 взаємно перпендикулярні і створюють у просторі проекціювальну площину $A_1A_2A_3$, перпендикулярну обом площинам проєкцій.

Конкуруючими називаються точки, які лежать на одному проекціювальному промені.

Пряма. Проекції прямої визначаються проєкціями двох її точок. Проекціями прямої, у загальному випадку, є прями лінії (Рис.2а).

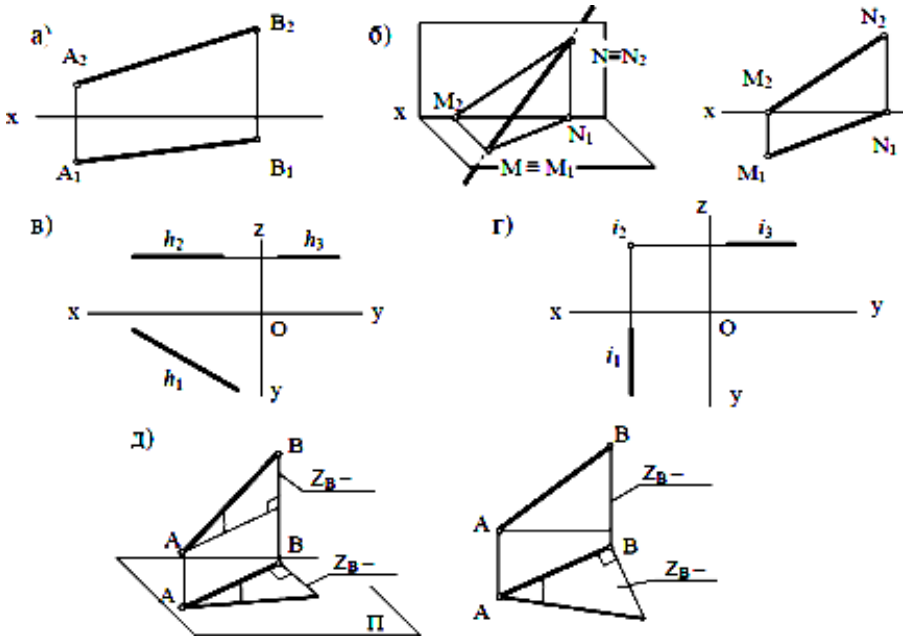


Рис. 2 – Прямі загального та окремого положень, сліди прямої:

а) – епор прямої загального положення; б) – сліди прямої у просторі та на епорі; в) – горизонталь; г) – фронтально проекціювальна пряма; д) – визначення натуральної величини відрізка;

Сліди прямої – це точки перетину прямої з площиною проєкцій. Одна з координат сліду прямої дорівнює нулю (Рис.2б).

Прямі окремого положення паралельні одній (прямі рівня – *горизонталь, фронталь, профільна пряма*) або двом (проекціювальні прямі – *горизонтально проекціювальна, фронтально проекціювальна, профільно проекціювальна*) площинам проєкцій. Дві проєкції прямої рівня паралельні різним осям проєкцій (Рис.2в), дві проєкції проекціювальної прямої паралельні одній осі, а третя проєкція перетворюється в точку (Рис.2г).

Натуральна величина відрізка прямої загального положення

визначається величиною гіпотенузи прямокутного трикутника, побудованого на одній з проєкцій, як на катеті. Другий катет трикутника дорівнює різниці відстаней кінців відрізка від тієї площини проєкцій, на якій узятий перший катет. Кут між гіпотенузою і катетом - проєкцією дорівнює куту нахилу прямої до площини проєкцій, на якій трикутник побудований (Рис.2д).

Точка належить прямій, якщо її проєкції лежать на однойменних проєкціях прямої і на одній лінії проєкційного зв'язку.

Дві прямі у просторі можуть бути *прямими, що перетинаються, паралельними прямими* (окремий випадок – можуть співпадати їх проєкції), та *перехресними прямими* (окремий випадок – можуть бути мимобіжними).

Якщо дві прямі перетинаються у деякій точці, то проєкції цієї точки повинні належати однойменним проєкціям прямих, тобто точки перетину однойменних проєкцій прямих, що перетинаються, повинні лежати на одній лінії проєкційного зв'язку (Рис.3 а).

Якщо дві прямі паралельні, то на комплексному кресленні їх однойменні проєкції паралельні (Рис.3б), або збігаються на одній з площин проєкцій (Рис.4 а).

Якщо дві прямі спільних точок не мають і вони не паралельні, то їх називають перехресними (Рис.3 в). Дві прямі називаються мимобіжними, якщо не існує площини, що їх містить, тобто вони лежать у паралельних площинах (Рис.4 б). Для оцінки взаємного положення прямих рівня слід побудувати їх проєкції на площині, до якої вони паралельні.

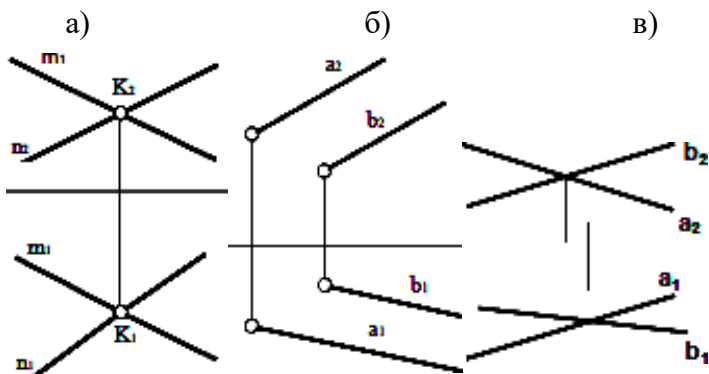


Рис. 3 – Взаємне розташування прямих:

а) – прямі перетинаються; б) прямі паралельні; в) – прямі перехресні

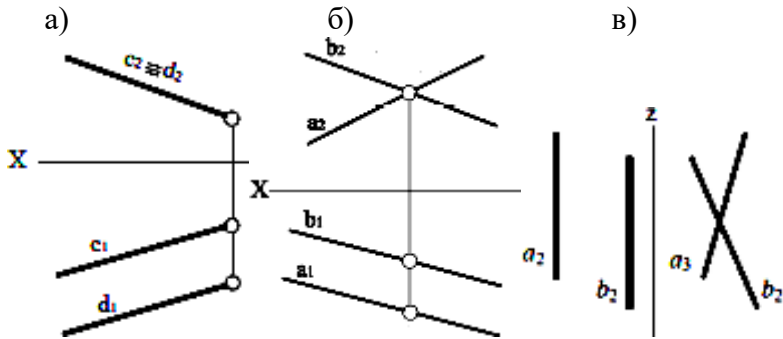


Рис. 4 – Окремі випадки взаємного розташування прямих:

- а) – прямі паралельні, проекції яких збігаються на фронтальній площині проекцій;
- б) – прямі перехресні – мимобіжні (лежать у паралельних площинах); в) – оцінка перетину прямих – побудова прямих на профільній площині проекцій, до якої вони не паралельні (у даному прикладі прямі не перетинаються)

Площина. Площина – це поверхня, яка повністю містить кожен пряму, що з'єднує будь-які її точки. Основний визначник площини – три точки, які не лежать на одній прямій (Рис.1а).

Площину можна визначити ще п'ятьма способами:

1. Прямою і точкою, яка не належить цій прямій(Рис.5б).
2. Двома прямими, що перетинаються(Рис.5в).
3. Двома паралельними прямими(Рис.5г).
4. Будь-якою плоскою фігурою, наприклад, трикутником(Рис.5д).
5. Слідами площини.

Сліди площини – це лінії перетину площини з площинами проекцій. Завдання площини слідами є окремим випадком завдання її двома прямими, що перетинаються.

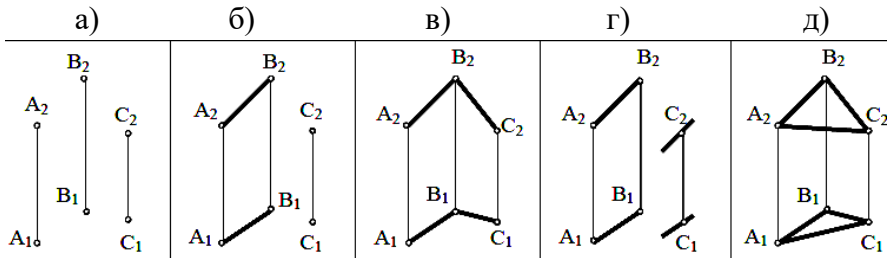


Рис. 5 – Способи визначення площини

Площина, яка не паралельна і не перпендикулярна жодній з площин проекцій, називається *площиною загального положення* (Рис.6).

Площини, які перпендикулярні тільки одній площині проекцій, називаються *проекційовальними*. Це *горизонтально проекційовальна*, *фронтально проекційовальна* та *профільно проекційовальна* площини (Рис.7).

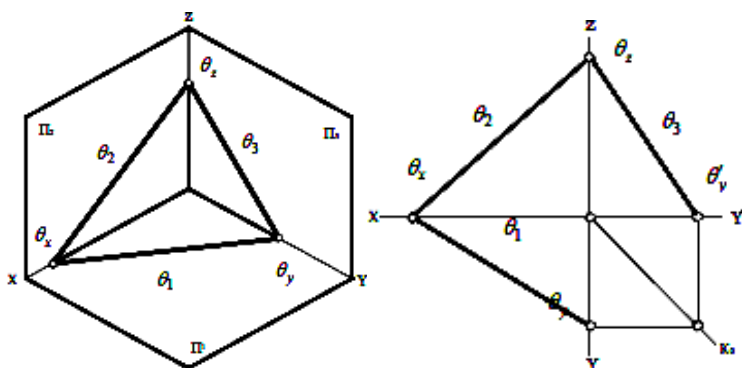


Рис. 6 – Площина загального положення

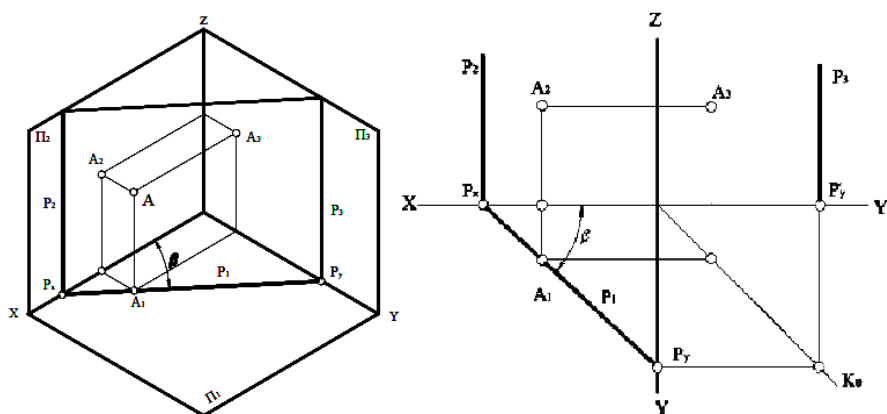


Рис. 7 – Площина горизонтально проєкціювальна та точка A, яка їй належить

Площини, які одночасно перпендикулярні до двох площин проєкцій, називаються площинами рівня (*горизонтальною, фронтальною, профільною*), оскільки вони, як наслідок, паралельні третій площині проєкцій (Рис.8).

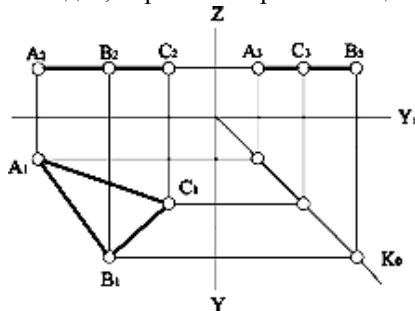


Рис. 8 – Горизонтальна площина рівня

Завдання для аудиторної роботи

1. Створити файл «Фрагмент», Зберегти його під іменем «Точка, пряма, площина».

Вставити локальну систему координат, змінивши напрямок осей координат (розгорнути вісі XU), через початок якої провести прямі тонкою лінією, які будуть слугувати осями координат, та позначити вісі літерами XYZ (панель «Обозначение», введення тексту).

Побудувати три проєкції точок A, B, C, D по заданих координатах та визначити і записати:

а) яка з точок розташована вище за інші;

б) яка точка знаходиться ближче за інші;

в) які точки лежать у площинах проєкцій;

г) які точки будуть видимі при фронтальному спостереженні (площини проєкцій вважаються непрозорими).

№ вар.	A			B			C			D		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1.	10	20	-30	0	20	30	25	0	15	20	-40	0
2.	30	-20	15	20	30	0	0	30	-40	40	0	35
3.	15	30	-40	30	0	20	30	-20	0	0	30	15
4.	40	-30	20	0	30	40	20	0	-35	15	20	0
5.	35	40	-15	40	0	20	0	40	20	40	-20	0
6.	20	-30	15	30	40	0	15	0	-35	0	40	30
7.	35	20	-10	0	-25	40	10	40	0	25	0	30
8.	30	-40	15	35	0	15	0	20	-30	35	20	0
9.	45	30	-30	15	30	0	15	0	20	0	-40	20
10.	20	-40	30	0	40	30	40	30	0	10	0	-30
11.	15	20	-30	25	0	30	0	40	-15	25	15	0
12.	30	-30	40	30	15	0	35	0	25	0	30	-20

3. Побудувати проєкції відрізка AB та визначити його положення відносно площин проєкцій:

№ вар.	Координати точок	x	y	z	№ вар.	Координати точок	x	y	z
1.	A	50	20	15	7.	A	40	12	25
	B	10	20	15		B	40	46	25
2.	A	30	10	25	8.	A	33	8	30
	B	30	40	25		B	33	48	30
3.	A	35	30	5	9.	A	50	20	15
	B	35	30	40		B	10	20	15
4.	A	40	26	35	10.	A	40	40	25
	B	0	26	35		B	4	40	25
5.	A	32	6	28	11.	A	30	0	38
	B	32	46	28		B	30	44	38

6.	A	40	40	25	12.	A	33	8	32
	B	4	40	25		B	33	48	32

4. Побудувати проєкції відрізка AB , визначити натуральну величину відрізка та кути його нахилу до площин проєкцій Π_1 Π_2 , побудувати фронтальний і горизонтальний сліди відрізка AB та вказати, в яких октантах вони розташовані.

№ вар.	Координати					
	A			B		
	x	y	z	x	y	z
1	10	35	40	50	20	20
2	20	5	5	75	15	15
3	10	15	5	70	30	15
4	10	5	20	50	45	40
5	10	20	45	45	40	65
6	10	30	40	60	50	15
7	10	25	35	90	10	45
8	10	5	60	40	20	40
9	15	40	15	55	30	30
10	5	30	5	60	40	20
11	5	25	15	50	5	25
12	10	25	10	85	35	20

5. Побудувати сліди площини, заданої довільними паралельними прямими m і n .

Контрольні питання

1. Який метод лежить в основі нарисної геометрії?
2. Що таке вісь проєкцій і лінія проєкційного зв'язку?
3. Скільки проєкцій точки визначають її положення у просторі?
4. Які точки називаються конкуруючими?
5. Яка пряма називається прямою загального положення?
6. За якими ознаками визначають прямі рівня та проєкціювальні прямі?
7. Як визначити натуральну величину відрізка прямої загального положення і кути нахилу цього відрізка до площин проєкцій?
8. Що називається слідом прямої?
9. За якими ознаками визначаються прямі, що перетинаються, паралельні та перехресні прямі?
10. Способи завдання площини у просторі і на епюрі.
11. Що називається слідом площини?
12. Яке положення може займати площина щодо площин проєкцій?
13. Дати визначення площини загального положення, проєкціювальної площини та площини рівня.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

Тема: Належність точки і прямої площині. Перетин прямої з площиною та площин між собою. Паралельність і перпендикулярність прямої і площини та площин між собою.

Мета: Ознайомитися з ознаками належності точки і прямої площині, головними лініями площини. Набути навичок побудови точок перетину прямих з площинами та ліній перетину площин. Ознайомитися із способами побудови паралельних та перпендикулярних прямих до площин, набути навичок у побудові взаємно паралельних та перпендикулярних площин.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

У нарисній геометрії розрізняють дві групи задач: позиційні і метричні. Групу позиційних задач складають задачі:

- на взаємний порядок геометричних фігур;
- на взаємну належність геометричних фігур;
- на взаємний перетин геометричних фігур.

Під метричними задачами розуміють визначення відстаней, кутів та площ. Тема даної лабораторної роботи пов'язана з розв'язком позиційних задач.

Точка належить площині, якщо вона належить прямій, яка лежить в цій площині.

Пряма належить площині, якщо вона проходить через дві точки, які належать цій площині, або проходить через одну точку і паралельна будь-якій прямій цієї площини.

Якщо пряма належить площині, її сліди належать відповідним слідам площини (Рис.1).

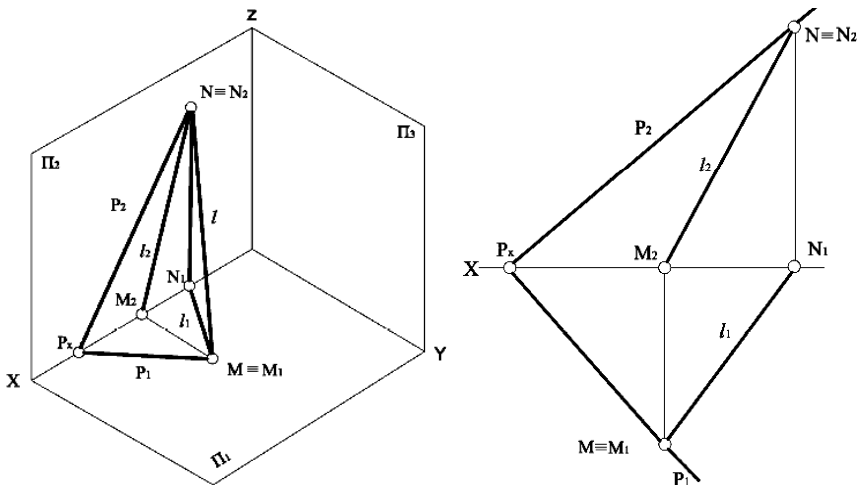


Рис. 1 – Належність прямої MN площині P, заданої слідами

Лініями рівня площини (головними лініями площини) називають лінії, що належать цій площині та паралельні одній з площин проєкцій – це горизонталі h , фронталі f та профільні прямі p (Рис.2). Сліди площини є також відповідно горизонталіями, фронталіями і профільними прямими; їх у цьому випадку називають нульовими і позначають h^o , f^o , p^o . Лінії рівня площини починають будувати з тієї проєкції, яка паралельна осі проєкції.

До особових ліній площини відноситься лінія найбільшого нахилу площини до відповідної площини проєкції – це лінії, які належать площині і перпендикулярні або до горизонталі, або до фронталі, або до профільної прямої площини. Лінія найбільшого нахилу використовується для визначення натуральної величини кута нахилу площини до заданої площини проєкції.

Якщо площина задана слідами, то замість горизонталі, фронталі або профільної прямої використовують відповідні сліди (Рис.3).

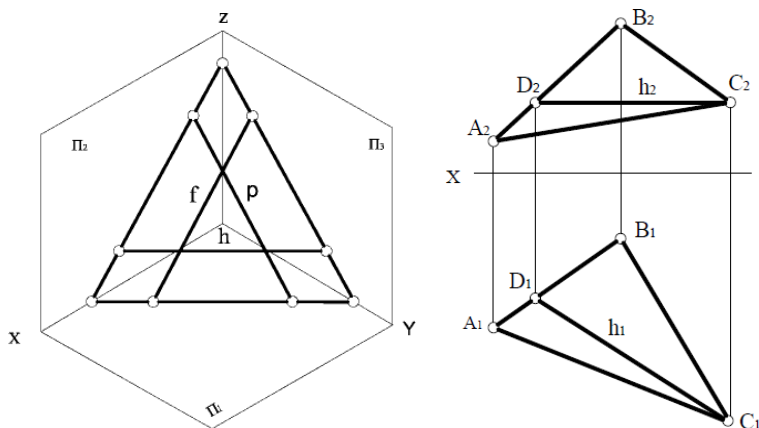


Рис. 2 – Лінії рівня площини:

а) горизонталь, фронталь і профільна пряма у площині; б) горизонталь площини на епюрі

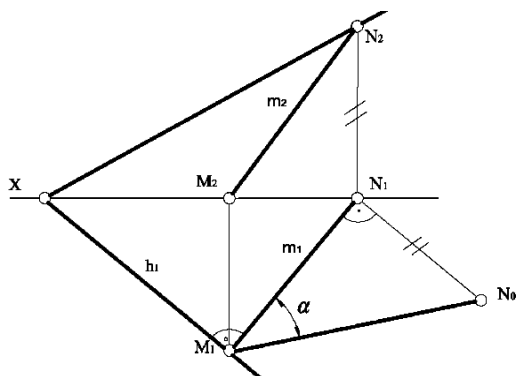


Рис. 3 – Лінія найбільшого нахилу площини до горизонтальної площини проєкцій

Точка перетину прямої з площиною визначається як точка, що належить одночасно і прямій, і площині. Якщо площина займає окреме положення, то одна з проєкцій шуканої точки знаходиться як точка перетину виродженої у пряму проєкції площини з однойменною проєкцією прямої.

Якщо пряма і площина займають загальне положення (Рис.4а), то для побудови точки перетину необхідно:

1. Провести через дану пряму a допоміжну січну площину Γ окремого положення;
2. Побудувати лінію b перетину допоміжної площини Γ із заданою площиною;
3. Побудувати точку перетину прямих a і b .

Лінія перетину двох площин є такою прямою, що одночасно належить обом площинам, які перетинаються. Якщо одна з двох площин, які перетинаються, займає окреме положення, то одна проєкція шуканої лінії перетину збігається з проєкцією площини, що виродилась у пряму лінію. Інша проєкція будується виходячи з умови належності прямої лінії площині. Якщо обидві площини займають загальне положення, то для побудови двох точок, що визначають шукану пряму, застосовується метод допоміжної січної площини.

Будь-яка точка M шуканої лінії перетину розглядається як результат перетину двох прямих a і b , які, у свою чергу, є результатом перетину допоміжної площини окремого положення Γ із заданими площинами Σ і T (Рис. 4б).

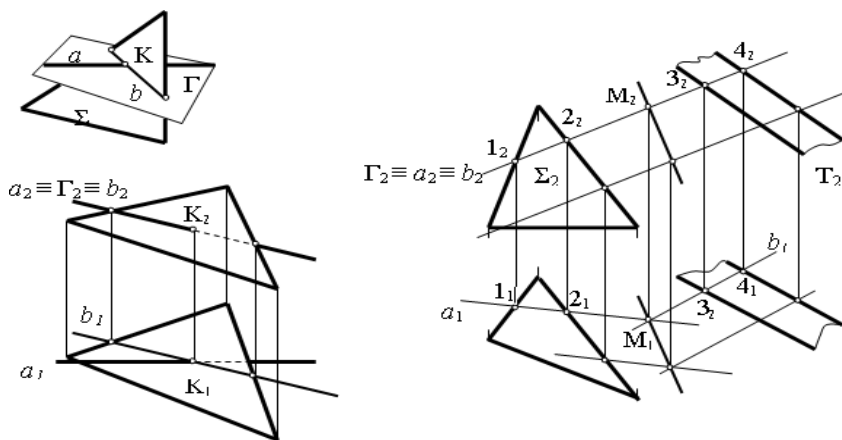


Рис. 4 – Побудова лінії перетину:
а) – прямої з площиною; б) – двох площин

Пряма паралельна площині, якщо вона паралельна одній з прямих, яка належить цій площині.

Площини взаємно паралельні, якщо дві прямі, які перетинаються,

однієї площини відповідно паралельні двом прямим, які перетинаються, іншої площини. Лінії рівня паралельних площин взаємно паралельні.

Площини окремого положення паралельні, якщо паралельні їх проєкції, вироджені в прямі лінії.

Дві прямі взаємно перпендикулярні, якщо одна з них лежить в площині, перпендикулярній до іншої прямої.

Пряма перпендикулярна до площини, якщо вона перпендикулярна до кожної з двох прямих, які перетинаються в цій площині. Пряма, яка перпендикулярна площині, перпендикулярна до всіх прямих, що лежать у цій площині, у тому числі і до ліній рівня. Якщо брати горизонталь та фронталь, то є можливість використати теорему про проєкціювання прямого кута: *якщо одна з двох взаємно перпендикулярних прямих є прямою окремого положення, то кут між ними проєкціюється без спотворень на ту площину проєкцій, до якої пряма окремого положення є паралельною* (Рис.5а).

Якщо пряма перпендикулярна площині, то її горизонтальна проєкція перпендикулярна до горизонтальної проєкції горизонталі, а фронтальна проєкція - до фронтальної проєкції фронталі цієї площини (Рис. 5б).

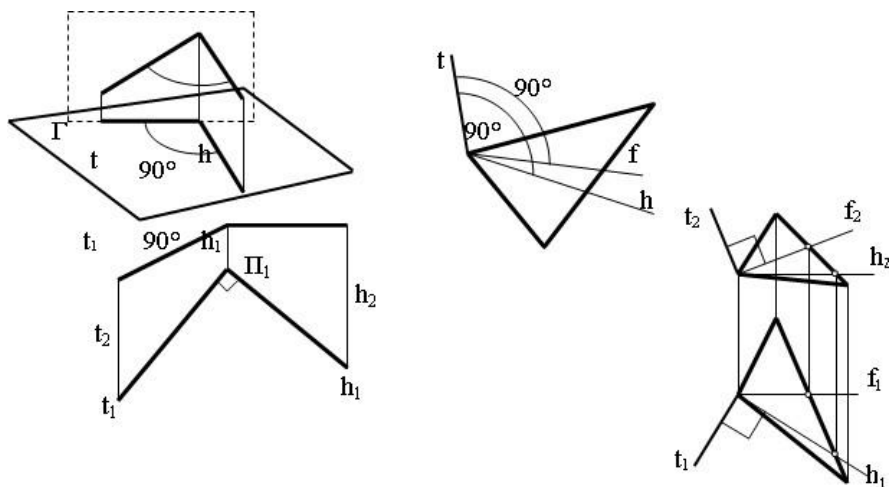


Рис. 5 – Перпендикулярність прямої до площини:

а) – ілюстрація теореми про проєкціювання прямого кута; б) – практичне застосування теореми

На Рис.6 наведені приклади побудови перпендикуляра до площини, заданої слідами. Для визначення основи перпендикуляра використовується допоміжна проєкціювальна площина.

На Рис.7 наведено приклад визначення натуральної величини відстані від точки D до площини загального положення (з точки D опускається перпендикуляр на площину ABC , визначається його основа (точка перетину K

перпендикуляра та площини) та визначається натуральна величина відрізка цього перпендикуляра за правилом прямокутного трикутника).

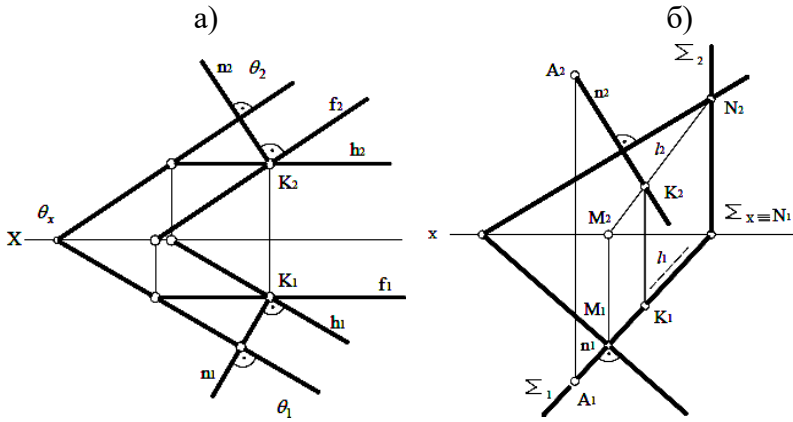


Рис. 6 – Побудова перпендикуляра до площини, заданої слідами:

а) – побудова перпендикуляра n у точку K ; б) – побудова перпендикуляра з точки A до площини

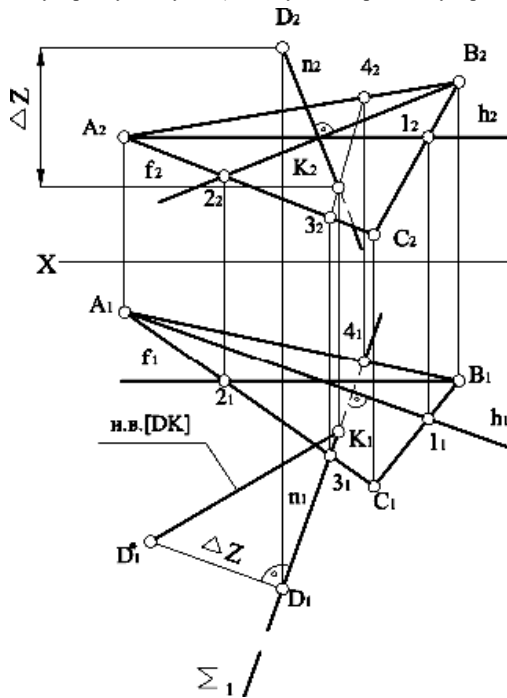


Рис. 7 – Визначення натуральної величини перпендикуляра

Дві площини взаємно перпендикулярні, якщо одна з них проходить через перпендикуляр до іншої площини або паралельна цьому

перпендикуляру.

Побудова з точки D площини $\Sigma (n \cap a)$, перпендикулярної до площини, заданої трикутником ABC (через точку D будується перпендикуляр n до площини ABC та проводиться пряма a , що разом з прямою n визначає площину Σ) надана на Рис.8.

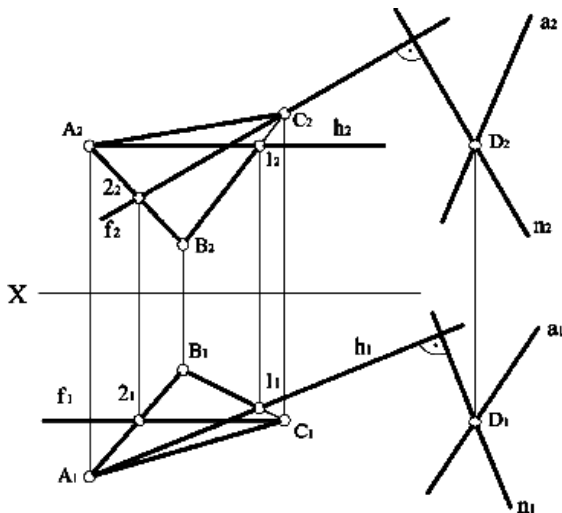


Рис. 8 – Побудова площини, перпендикулярної до заданої

Завдання для аудиторної роботи

1. Створити файл «Фрагмент», Зберегти його під іменем «Прямі у площині, перетин прямої з площиною». Змінити напрямок осей.

Побудувати три проєкції площини, заданої трикутником з координатами $A(100,20,20)$, $B(30,35,10)$, $C(70,75,55)$. У площині побудувати пряму m , яка проходить через точку D , задану її фронтальною проєкцією, та лінії рівня площини h, f та p :

№вар	1		2		3		4		5		6	
Коорд.	x	z	x	z	x	z	x	z	x	z	x	z
точки D	50	15	30	10	35	40	50	20	20	10	40	30

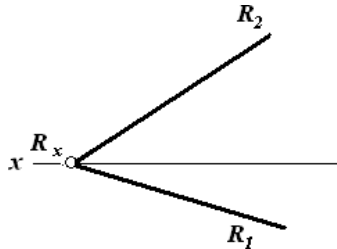
№вар	7		8		9		10		11		12	
Коорд.	x	z	x	z	x	z	x	z	x	z	x	z
точки D	55	25	45	10	15	5	20	30	15	5	15	30

2. За наданими координатами побудувати комплексне креслення трикутника ABC та прямої MN . Визначити точку перетину прямої MN з неперозорою площиною ABC . Визначити видимість ділянок прямої.

№ вар	1			2			3			4			5		
Точки	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
A	61	40	19	66	44	17	69	59	10	50	16	17	64	42	17
B	14	36	47	15	37	48	60	22	40	13	55	57	15	36	47
C	35	18	8	35	20	8	13	13	22	34	8	5	34	20	8
M	70	15	50	72	15	52	93	25	10	80	6	42	72	15	51
N	7	55	5	7	55	5	6	45	44	11	38	20	7	54	5
№ вар	6			7			8			9			10		
Точки	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
A	52	17	17	69	51	11	65	45	19	67	42	19	54	17	17
B	14	54	56	61	23	39	16	35	50	16	37	46	12	54	56
C	34	8	5	13	13	23	35	20	7	34	19	8	33	7	6
M	80	6	41	92	24	10	70	15	50	70	15	52	79	6	41
N	10	37	19	6	44	44	7	55	5	7	53	6	11	37	19

3. Побудувати лінію перетину двох площин, заданих трикутниками ABC та DEF , за координатами точок: $A(90,30,20)$, $B(70,85,50)$, $C(0,10,0)$, $D(95,70,-15)$, $E(35,5,65)$, $F(0,45,55)$.

4. Побудувати площину Q , паралельну заданій площині R (проекції слідів вибрати довільно), на відстані 50 мм від неї.



Алгоритм побудови площини:

- у площині через довільну точку побудувати фронталь і горизонталь.
- через цю точку провести перпендикуляр до заданої площині.
- на перпендикулярі вибрати довільну точку і побудувати натуральну величину відрізка перпендикуляра за правилом прямокутного трикутника.
- від основи натуральної величини перпендикуляра відкласти 50 мм, через отриману точку провести пряму, паралельну фронталі і горизонталі заданої площини, які і будуть визначати шукану площину Q ($h \cap f$).

Контрольні питання

1. У чому відмінності між позиційними і метричними задачами?
2. Назвіть умови приналежності прямої лінії і точки до даної площини.
3. Які лінії в площині називаються головними?
4. Характерна ознака розташування проекцій горизонталі, фронталі і лінії найбільшого нахилу на епюрі.
 5. При яких умовах пряма паралельна площині?
 6. Умови взаємної паралельності двох площин.

7. Теорема проєкціювання прямого кута, її застосування при побудові перпендикуляра до площини.
8. При яких умовах пряма перпендикуляр на площині?
9. Умови перпендикулярності двох площин.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

Тема: Поверхні. Перетин поверхні площиною та прямою. Розв'язання позиційних і метричних задач способами перетворення комплексного креслення.

Мета: Ознайомитися з класифікацією поверхонь, побудовою точок і ліній на поверхні, ліній перетину поверхонь площиною та перетину поверхонь прямою. Ознайомитися із способами перетворення комплексного креслення, набути навичок розв'язання позиційних та метричних задач цими способами.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Поверхні бувають гранні (багатогранні) та криві. Багатогранною називається поверхня, утворена частинами площин, які перетинаються між собою. У інженерній практиці найчастіше використовуються багатогранники, показані на Рис.1:

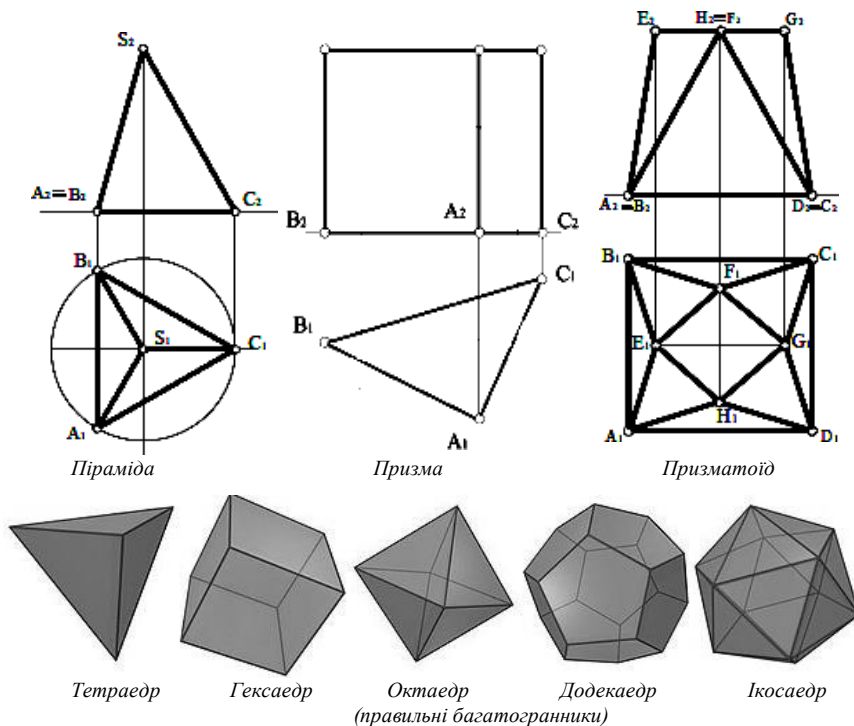


Рис. 1 – Багатогранники

Кривою поверхнею називається сукупність послідовних положень лінії (твірної), яка рухається у просторі по напрямній за деяким законом.

Найбільш розповсюджені прямолінійчасті та криволінійчасті поверхні обертання. Прямолінійчасті поверхні обертання утворюються обертанням прямої навколо нерухомої осі, з якою вона може перетинатися (конічна поверхня), бути паралельною (циліндрична поверхня) або перехресною (однопорожнинний гіперboloїд обертання).

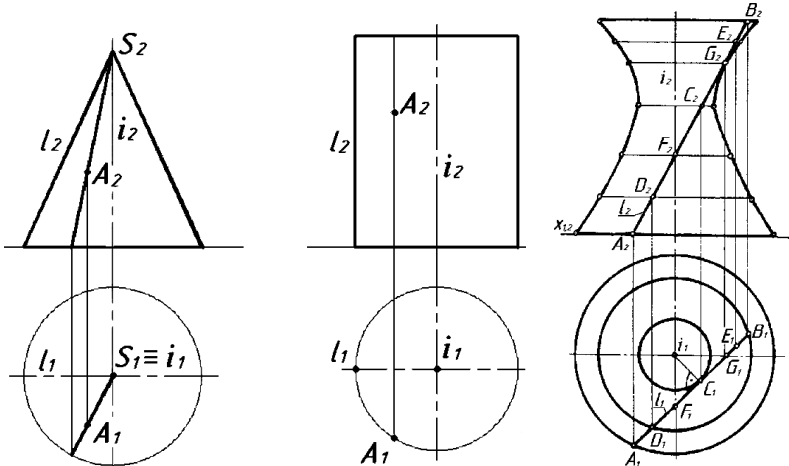


Рис. 2 – Прямолінійчасті поверхні обертання

У криволінійчастих поверхнях обертання твірна - крива лінія. Твірна може бути як плоскою кривою, так і просторовою. До криволінійчастих поверхнь обертання відносяться такі поверхні як сфера (Рис.3), тор (Рис.3), еліпсоїд обертання, параболоїд обертання (Рис.4), гіперboloїд обертання (Рис.5). Очевидно, що однопорожнинний гіперboloїд є двічі лінійчастою поверхнею, тобто утворюється обертанням і прямолінійної твірної, і криволінійної.

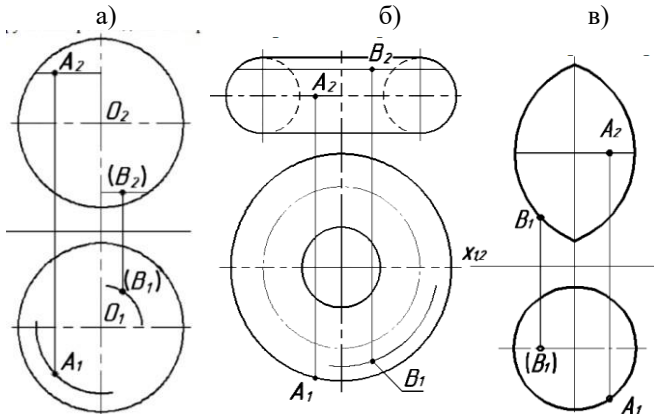


Рис. 3 – Криволінійчасті поверхні обертання: а) – сфера; б) – тор відкритий; в) – тор закритий

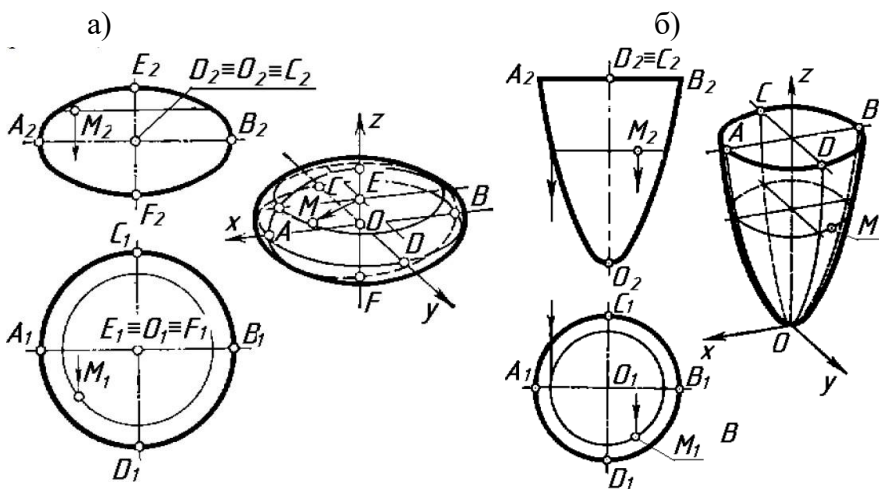


Рис. 4 – Криволінійчасті поверхні обертання:
а) – еліпсоїд; б) – параболоїд

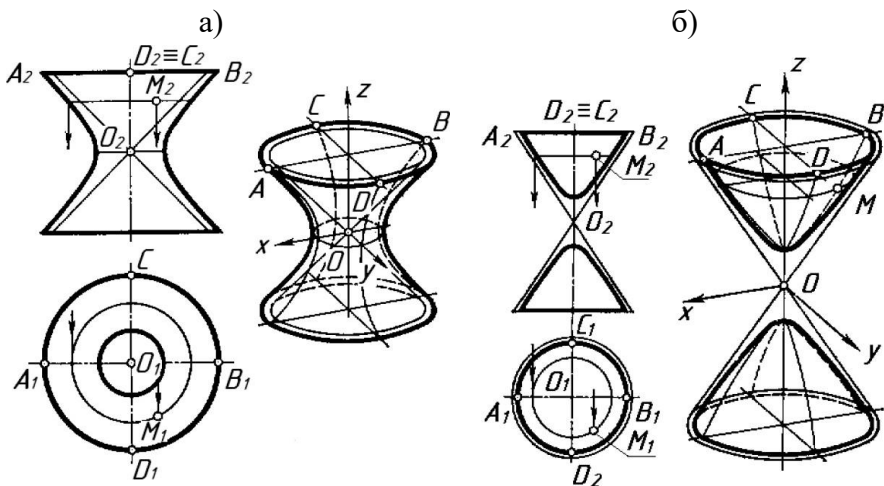


Рис. 5 – Криволінійчасті поверхні обертання:
а) – однопорожнинний гіперболоїд; б) – двопорожнинний гіперболоїд

Форма лінії перетину поверхні площиною залежить від форми поверхні і взаємного положення площини та поверхні (Рис.6).

У разі перетину багатогранника площиною в перерізі отримують багатокутник з вершинами, розташованими на ребрах багатогранника.

У разі перетину тіл обертання площиною фігура перерізу переважно обмежена кривою лінією. Точки цієї кривої знаходять, використовуючи

допоміжні лінії – прями або кола, які будуються на поверхні тіла. Точки перетину цих ліній із січною площиною будуть шуканими точками контуру криволінійного перерізу.

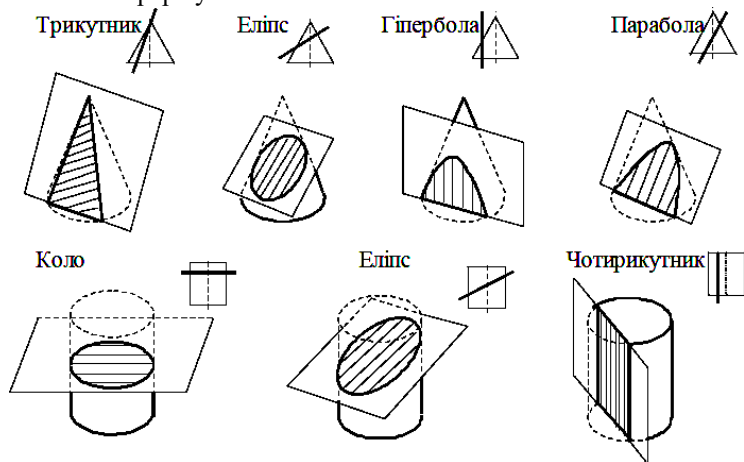


Рис. 6 – Криволінійчасті поверхні обертання

Лінія перетину поверхні площиною окремого положення визначається в наступній послідовності (Рис.7):

1. Визначається форма лінії перетину в просторі.
2. Визначається форма проєкцій лінії перетину.
3. На проєкції лінії перетину, виродженої в пряму лінію (січній площині, що збігається із слідом), позначаються проєкції опорних точок шуканої лінії:

- точок, що ділять лінію на видиму і невидиму частини;
- точок, по яких можна побудувати графічним прийомом всю лінію: для еліпса – кінці зв'язаних діаметрів, для параболи і гіперболи – вершини і кінці найбільшої хорди, для багатокутника – його вершини.

4. Будуються відсутні проєкції опорних точок.

5. Будуються проєкції проміжних точок.

6. Отримані точки послідовно з'єднуються з урахуванням видимості.

При перетині поверхні площиною загального положення задану площину слід перетворити в проєкціювальну способом заміни площин проєкцій, про який ідеться далі, вирішити завдання по вищезгаданому алгоритму і повернутися до початкових проєкцій.

Для розв'язання більшості метричних та деяких позиційних задач геометричні фігури загального положення треба привести в окреме положення. Це перш за все стосується прямих ліній, площин, граней та криволінійних поверхонь. Після перетворення комплексного креслення додаткові проєкції дають можливість розв'язувати задачі простіше.

Методи перетворення проєкцій опираються на 2 основні способи:

1. Спосіб заміни площин проєкцій(Рис.8).
2. Спосіб обертання:
 - спосіб плоскопаралельного переміщення(Рис.9);
 - спосіб обертання навколо проєкціовальної осі (Рис.10);
 - спосіб обертання навколо ліній рівня(Рис.11).

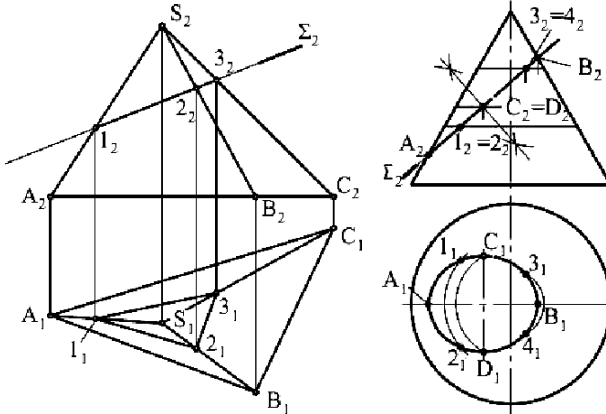


Рис. 7 – Побудова ліній перетину поверхонь площиною:

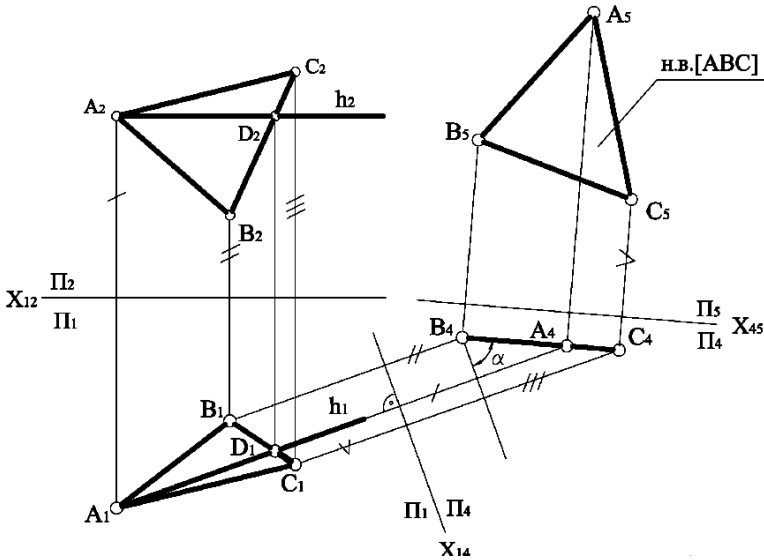


Рис. 8 – Побудова натуральної величини трикутника ABC способом заміни площин проєкцій

Згідно способу заміни площин проєкцій геометричний об'єкт залишається у просторі незмінним, а ортогональні площини проєкцій Π_1 та Π_2 доповнюються додатковою площиною Π_4 , перпендикулярною Π_1 чи Π_2 та паралельною або перпендикулярною об'єкту проєкціювання.

Спосіб плоскопаралельного переміщення полягає у переміщенні та повороті геометричного об'єкту відносно нерухомих площин проєкцій Π_1, Π_2, Π_3 . Цей спосіб ще називають *способом обертання без вказівки осей обертання*.

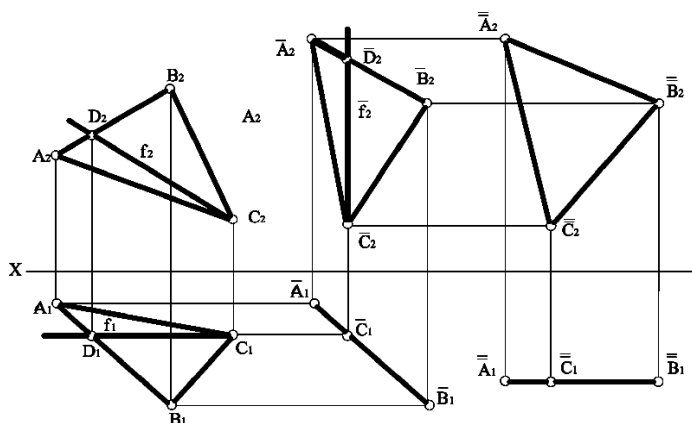


Рис. 9 – Побудова натуральної величини трикутника ABC способом плоскопаралельного переміщення

Сутність способу *обертання навколо проєкціовальної осі* полягає в тому, що усі точки геометричного об'єкту повертаються в площині, перпендикулярній до осі обертання.

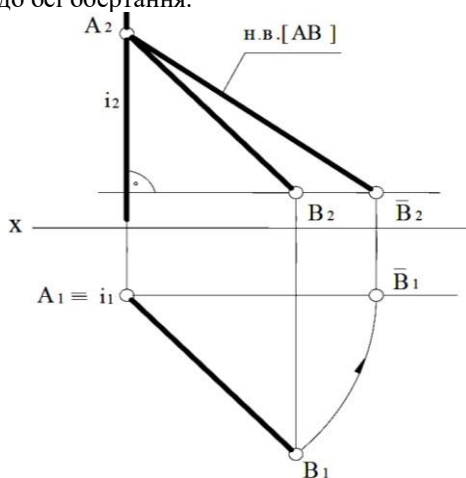


Рис. 10 – Побудова натуральної величини відрізка AB способом обертання навколо проєкціовальної осі

Спосіб *обертання навколо лінії рівня* полягає в тому, що геометричний об'єкт повертають навколо лінії особливого положення (горизонталь, фронталь, профільна пряма), доки цей об'єкт не буде паралельним площині

проекції і спроекціюється у натуральну величину. Перевагою способу є компактність, але побудови накладаються одна на одну.

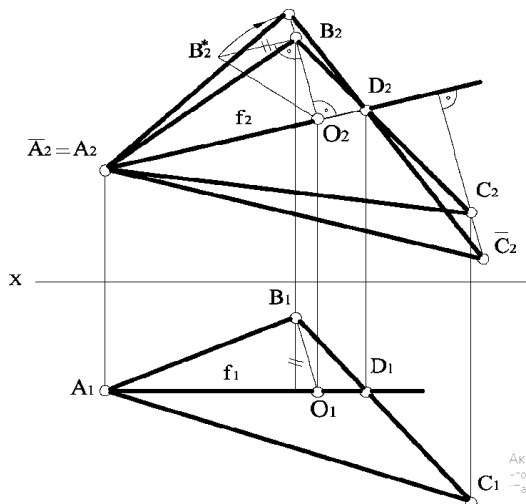


Рис. 11 – Побудова натуральної величини площини ABC способом обертання навколо лінії рівня

При переході від однієї системи площин проекцій до іншої необхідно виконувати наступне правило: відстань від нової осі до нової проекції точки повинна дорівнювати відстані від перетворюваної (замінюваної) проекції точки до попередньої осі (Рис.12).

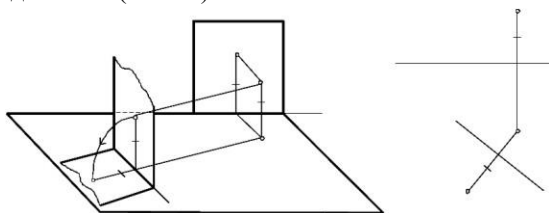


Рис. 12 – Заміна площин проекцій

Задачі на перетин прямої з поверхнею зводиться до визначення точок, які належать заданій прямій і поверхні.

Визначення точок перетину прямої з поверхнею виконується в наступній послідовності (Рис.13):

1. Через задану пряму проводиться допоміжна площина.
2. Будується лінія перетину допоміжної площини із заданою поверхнею.
3. Будуються точки перетину отриманої лінії і заданої прямої.
4. Визначається видимість прямої.

Пряму поміщають в площину окремого положення, якщо задана

поверхня сферична або багатогранна (Рис.13а). Пряму поміщають в площину загального положення, якщо задана поверхня циліндрична або конічна. Допоміжна площина повинна перетинати вказані поверхні по прямолінійних твірних. Щоб площина перетинала конічну поверхню по твірних, вона повинна мати в собі пряму, що проходить через вершину конуса (Рис.13б).

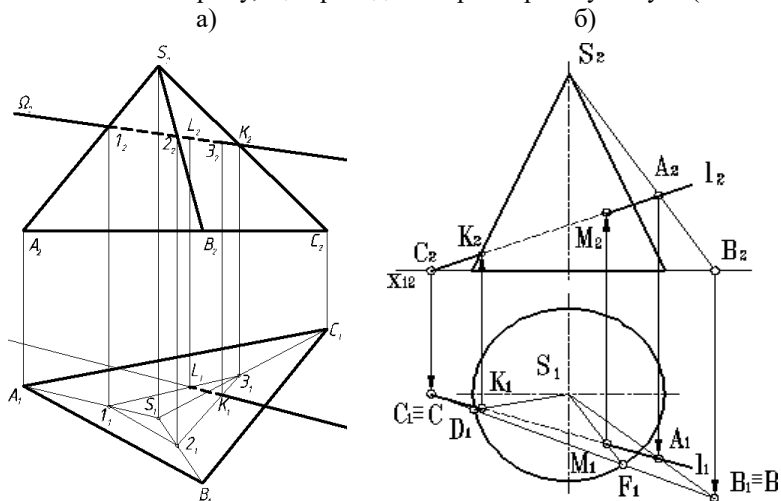


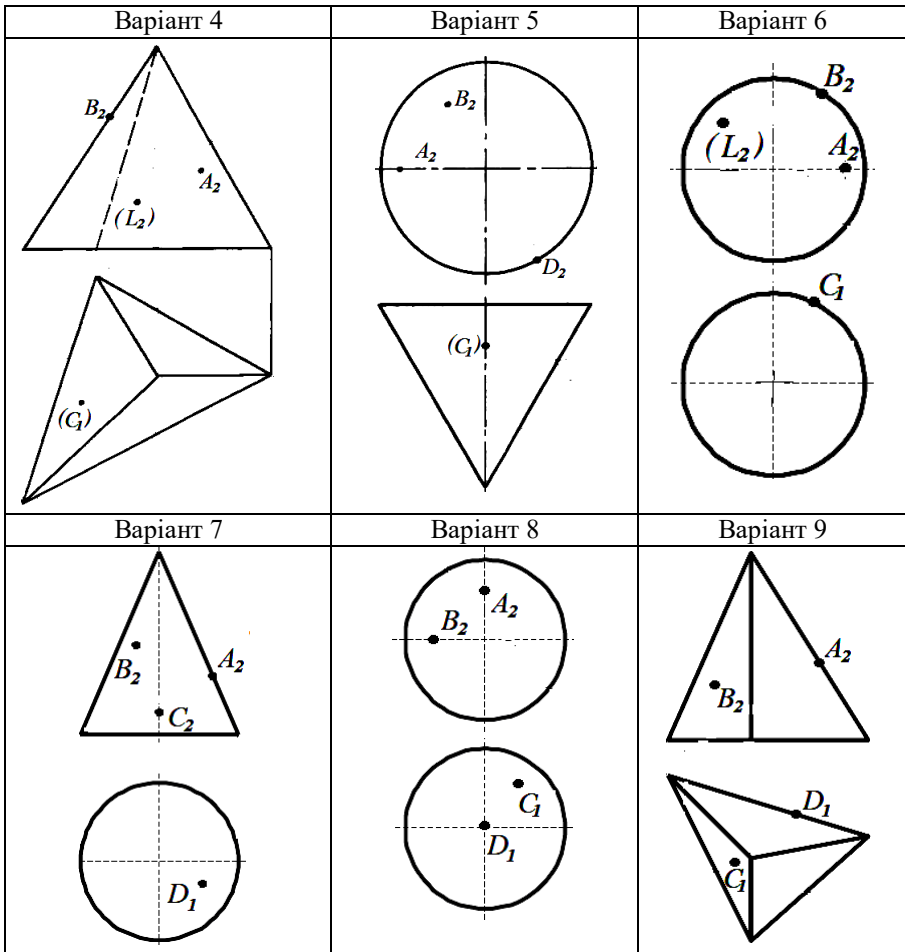
Рис. 13 – Побудова точок перетину поверхні прямою

Завдання для аудиторної роботи

1. Створити файл «Фрагмент», Зберегти його під іменем «Поверхні. Перетин поверхонь прямою і площиною». Змінити напрямки осей.

Побудувати невистачаючі проєкції точок на заданих епорах геометричних фігур. Розміри фігур довільні.

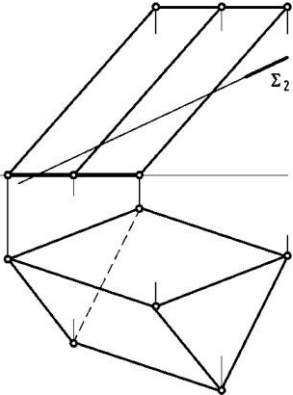
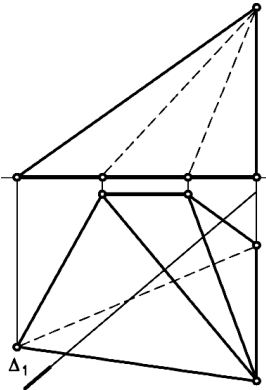
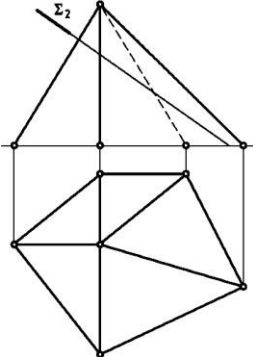
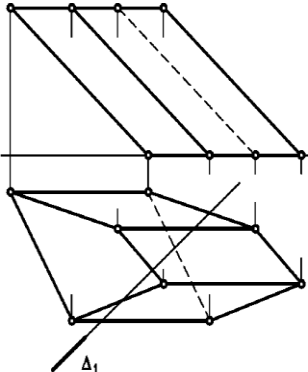
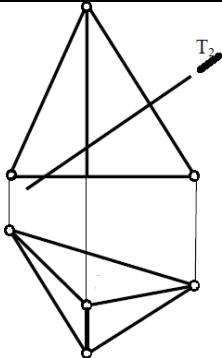
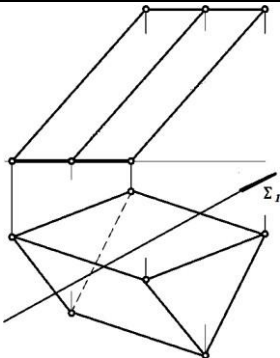
Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3

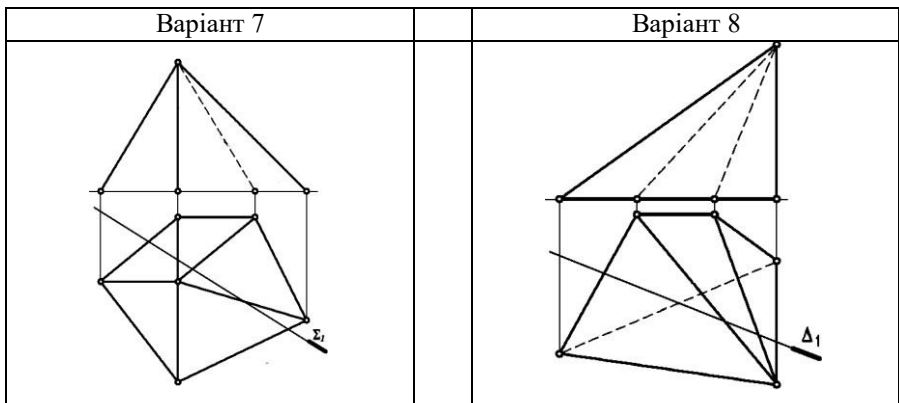


2. За отриманими координатами побудувати площину, задану трикутником ABC , та визначити її дійсну величину способами заміни площин проекцій та плоскопаралельного переносу.

№ вар	1			2			3			4			5		
Точки	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
A	60	40	20	70	45	20	70	60	10	50	15	20	65	40	20
B	15	35	50	15	40	50	60	20	40	15	55	60	15	35	50
C	35	20	10	35	20	10	15	15	25	35	10	5	35	20	10
№ вар	6			7			8			9			10		
Точки	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
A	50	20	20	70	50	10	65	45	20	70	40	20	55	20	20
B	15	55	55	60	25	40	15	35	50	15	40	45	10	55	55
C	35	10	5	15	15	25	35	20	10	35	20	10	35	10	5

3. Побудувати натуральну величину фігури перерізу багатогранника проєкціовальною площиною.

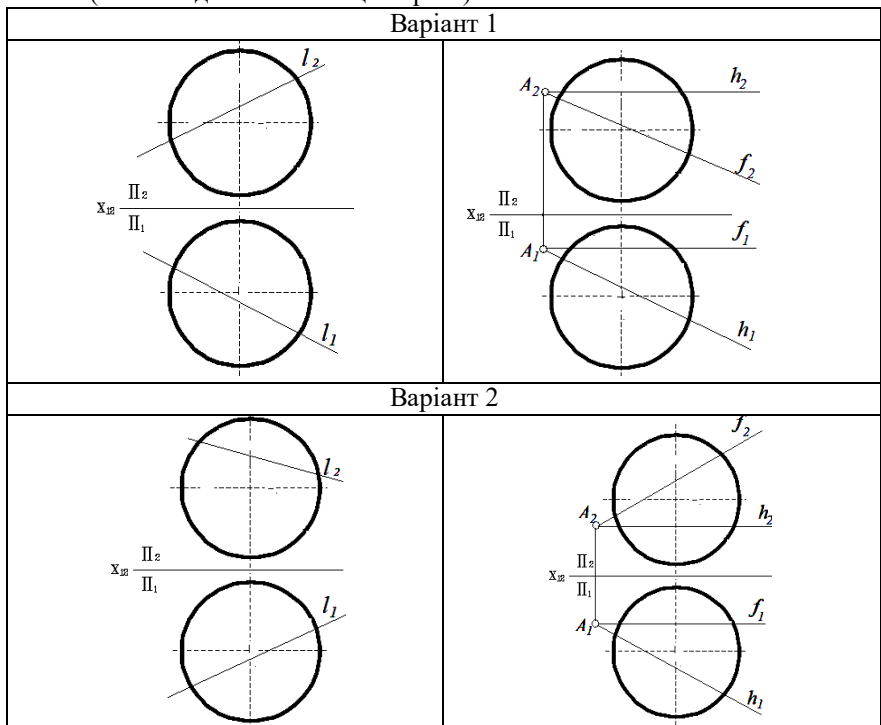
Варіант 1	Варіант 2
	
Варіант 3	Варіант 4
	
Варіант 5	Варіант 6
	

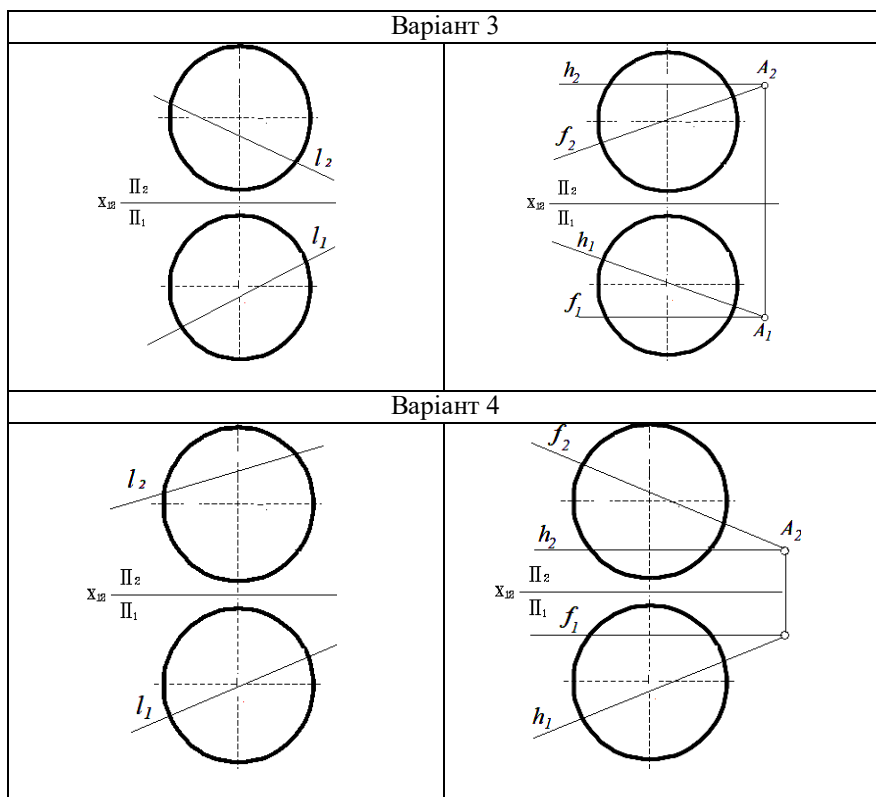


4. Побудувати перетин багатогранної фігури прямою загального положення, встановити її видимість (фігуру взяти з попереднього завдання, проєкції прямої, що її перетинає, провести довільно).

5. Побудувати перетин сфери діаметром 80 мм прямою загального положення (ескіз завдання в таблиці зліва).

6. Побудувати перетин сфери діаметром 80 мм площиною загального положення (ескіз завдання в таблиці справа).





Контрольні питання

1. Як утворюються багатогранні поверхні?
2. Як утворюються прямолінійчасті і криволінійчасті поверхні обертання?
3. Алгоритми побудови лінії перетину поверхні площиною та прямою.
4. Назвіть способи перетворення комплексного креслення та поясніть їх призначення.
2. Чим відрізняється спосіб плоскопаралельного переносу від способу обертання навколо проєкціуювальної осі?
3. Яка закономірність при переході від однієї системи площин проєкцій до іншої системи?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

Тема: Взаємний перетин поверхонь. Основні способи побудови лінії перетину поверхонь.

Мета: Навчитися знаходити при взаємному перетині поверхонь геометричних фігур лінії їх перетину застосуванням відповідних способів (допоміжних січних площин; сферичних посередників і т.п.).

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Лінія перетину двох поверхонь (лінія переходу) є лінія, що належить обом поверхням. Форма її залежить від форми і взаємного розташування поверхонь.

Основний спосіб побудови лінії перетину поверхонь – спосіб допоміжних січних поверхонь (спосіб посередників).

Послідовність побудови:

1. Вибрати посередники (площину або поверхню), які перетинають задані поверхні по найпростіших за формою і побудові лініях.

2. Перетнути поверхні посередниками, за допомогою яких визначаються опорні точки шуканої лінії (точки, що належать нарисам проєкцій поверхонь; крайні праві і ліві, найвищі і нижчі точки).

3. Побудувати лінії перетину поверхонь вказаними посередниками і знайти точки перетину побудованих ліній в кожному посереднику.

4. Перетнути поверхні посередниками, за допомогою яких визначаються проміжні точки, і побудувати ці точки.

5. Послідовно з'єднати точки з урахуванням видимості.

На Рис.1 наведений приклад застосування площин окремого положення як посередника.

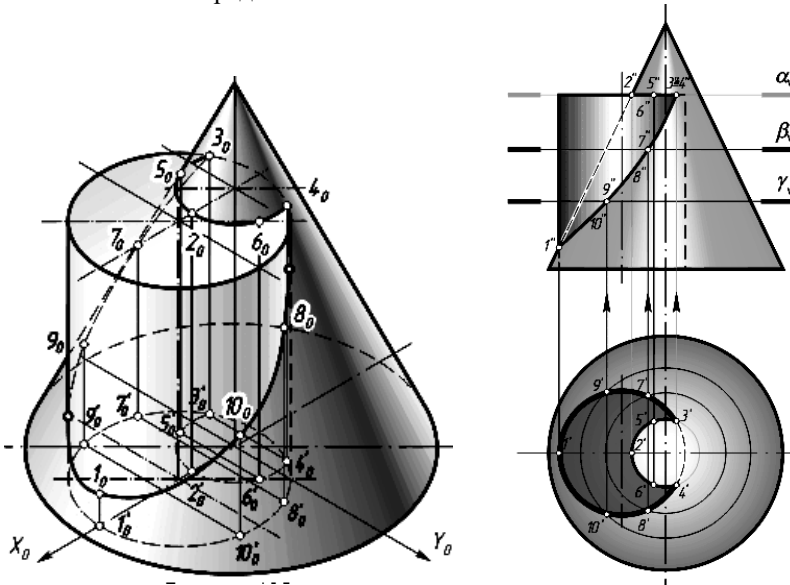


Рис.1 – Побудова лінії перетину конуса циліндром за допомогою площин – посередників окремого положення

Умови для використання концентричних сфер у якості посередників:

1. Обидві поверхні мають бути поверхнями обертання.
2. Осі поверхонь повинні перетинатися (точка перетину – центр сфер).
3. Осі обох поверхонь мають бути паралельні одній і тій же площині проєкції.

Приклад застосування концентричних сфер як посередників на Рис.2.у деяких випадках застосовуються й ексцентричні сфери-посередники.

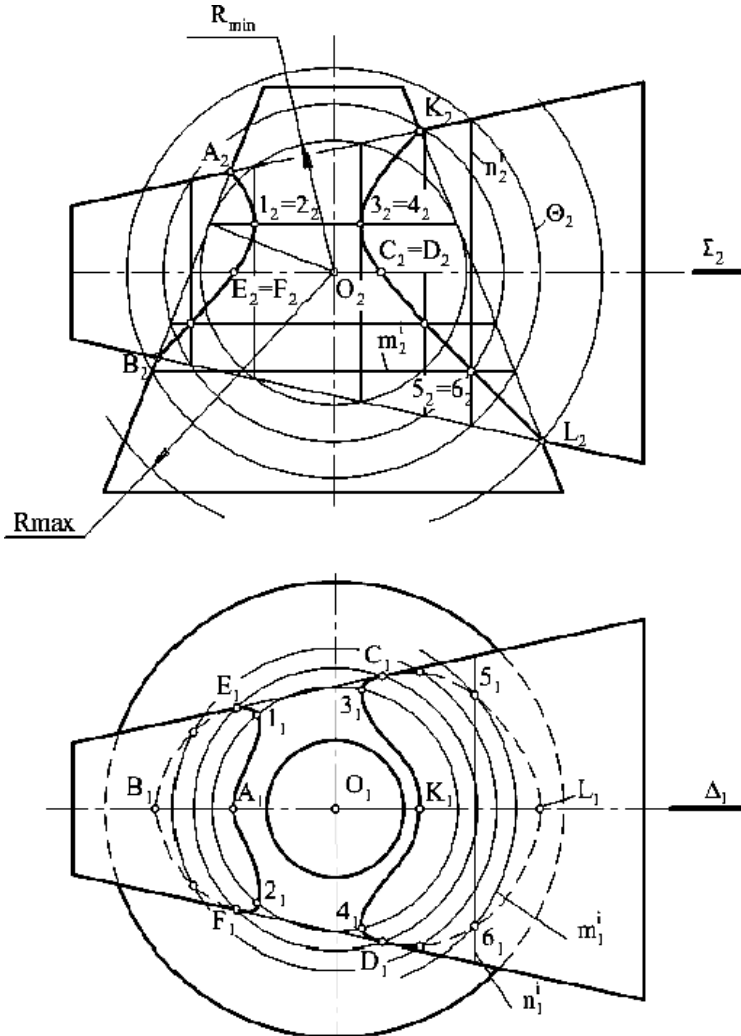


Рис.2 – Побудова ліній перетину конусів за допомогою концентричних сфер-посередників

Окремі випадки перетину поверхонь описані *теоремою Монжа*: якщо дві поверхні другого порядку (циліндр і конус, два конуса, два циліндри, конус і еліпсоїд і т. п.) описані (або вписані) навколо загальної для них сфери, то лінії їх перетину розпадаються на дві плоскі криві (Рис. 3).

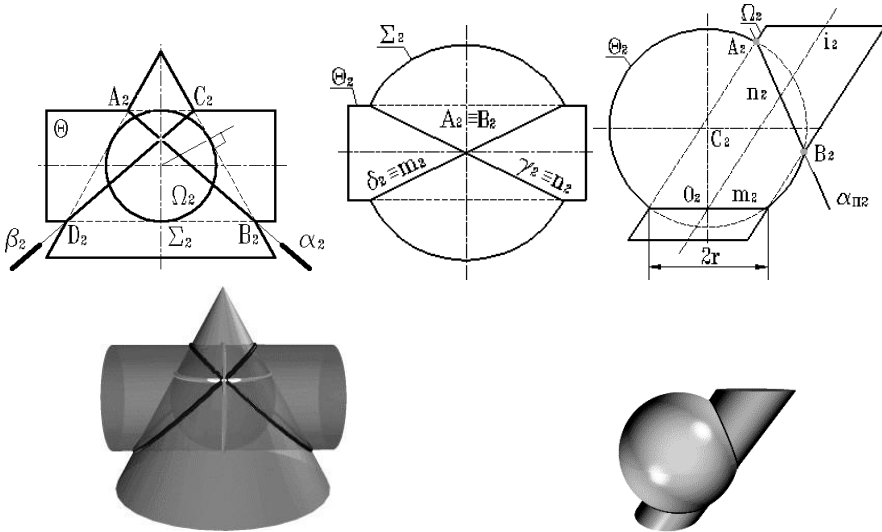


Рис.3 – Ілюстрація теореми Монжа

Теорема про форму проєкції лінії перетину: якщо дві поверхні другого порядку мають спільну площину симетрії, то лінія перетину їх проєкціюється на площину, паралельну до площини симетрії у вигляді кривої другого порядку (Рис. 4).

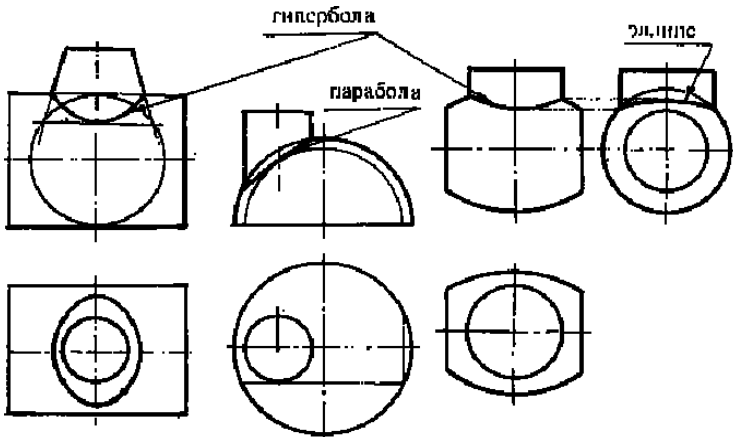
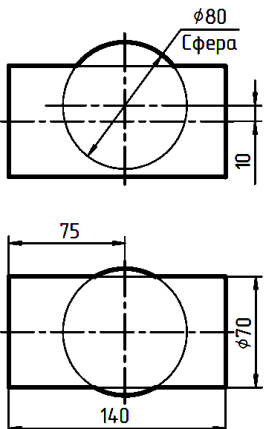
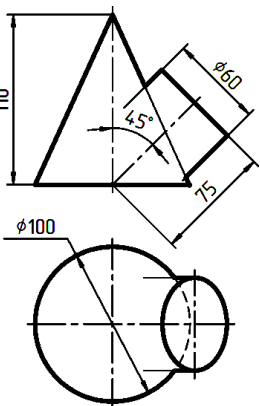
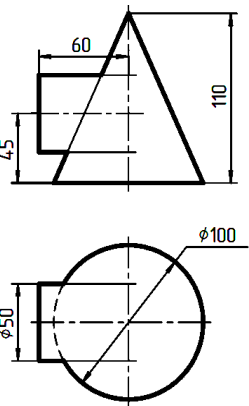
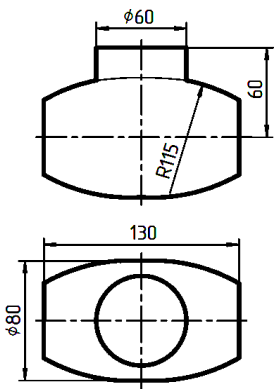
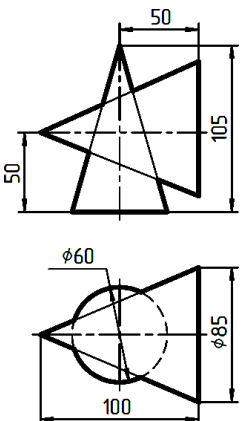
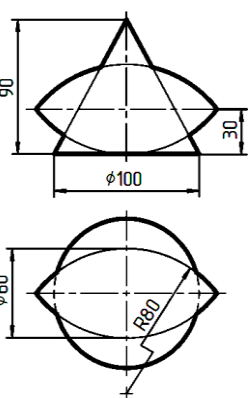


Рис.4 – Ілюстрація теореми про форму проєкцій лінії перетину

Завдання для аудиторної роботи

1. Створити файл «Фрагмент», Зберегти його під іменем «Взаємний перетин поверхонь». Змінити напрямки осей.

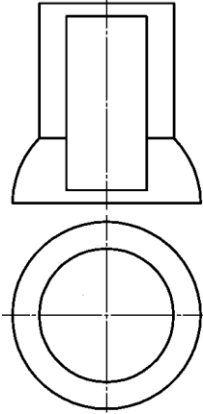
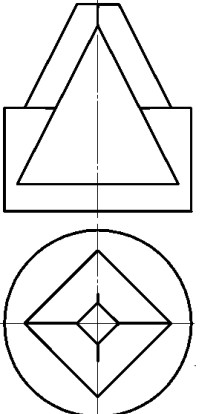
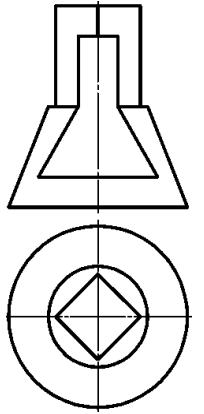
Побудувати три проєкції лінії перетину заданих поверхонь з визначенням видимості.

Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3
		
Варіант 4	Варіант 5	Варіант 6
		

Варіант 7	Варіант 8	Варіант 9

2. Побудувати перетин геометричної фігури з отвором.

Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3
Варіант 4	Варіант 5	Варіант 6

Варіант 7	Варіант 8	Варіант 9
		

Контрольні питання

1. Яка лінія виходить при перетині багатогранників?
2. Які способи застосовують для побудови лінії перетину поверхонь обертання?
3. Які точки називають опорними при побудові лінії перетину поверхонь?
4. Чим керуються при виборі допоміжних січних площин при побудові лінії перетину?
5. В яких випадках застосовують спосіб концентричних сфер?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6

Тема: Паралельні аксонометричні проєкції. Побудова аксонометричних проєкцій геометричних фігур.

Мета: Ознайомитися з видами аксонометричних проєкцій, набути навичок побудови прямокутних ізометрії та диметрії за проєкційними кресленнями геометричних тіл.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Комплексне креслення на дві або три взаємно перпендикулярні площини має суттєвий недолік - відсутність наочності. Спосіб проєкціювання, при якому предмет зображення жорстко зв'язується з просторовою декартовою системою координат, яка разом з предметом проєкціюється центральньо або паралельно на аксонометричну площину проєкцій у заданому напрямку одержав назву аксонометричного, а отримане зображення називають аксонометрією.

В залежності від напрямку відносно аксонометричної площини проєкцій при паралельному проєкціюванні аксонометрія може бути косокутною і прямокутною. Якщо проєкційні лінії, паралельні напрямку проєкціювання, утворюють з аксонометричною площиною проєкцій

прямий кут, отримується *прямокутна аксонометрична проекція фігури, непрямої – косокутна.*

Відношення аксонометричних проекцій до дійсних величин називається коефіцієнтами спотворення. У прямокутній аксонометрії залежність між коефіцієнтами спотворень по осях виражаються формулою:
 $p^2 + q^2 + r^2 = 2$

Видів аксонометричних проекцій багато, але самі поширені у застосуванні – *прямокутні ізометрія і диметрія.*

Якщо коефіцієнти спотворення однакові по всіх осях ($p=q=r$), аксонометрія називається *ізометрією*, відповідно коефіцієнти спотворення дорівнюють:

$$p = \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0.82$$

Для спрощення побудови відповідно до ГОСТ 2317-69 користуються при побудові ізометрії зведеними коефіцієнтами спотворення:

$$p = q = r = 1$$

При цьому аксонометричне зображення виходить збільшеним у 1,22 рази.

Осі у прямокутній ізометрії спрямовані одна до одної під кутом 120° (Рис.1).

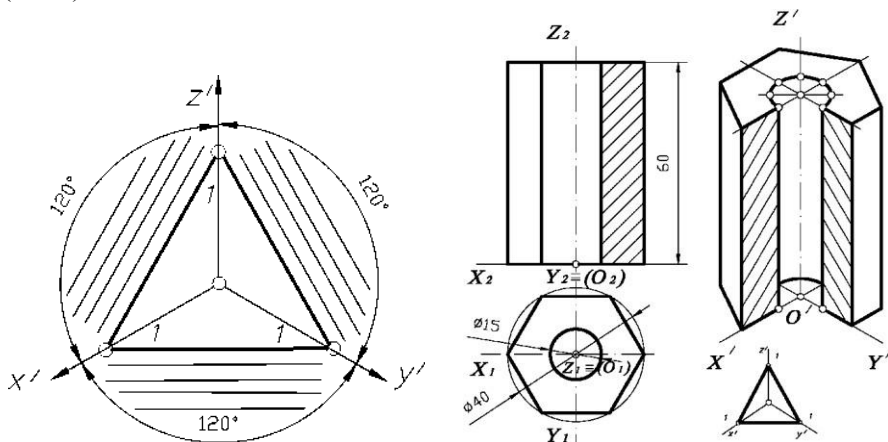


Рис.1 – Побудова осей, комплексне креслення та ізометрія призми

Аксонометричні проекції кіл, які лежать на площинах проекцій або на площинах, паралельних площинам проекцій, зображуються еліпсами. Велика вісь еліпса дорівнює $1,22d$, а мала - $0,71d$ (Рис.2). Великі осі розташовані по відношенню до аксонометричних осей під кутом 90° .

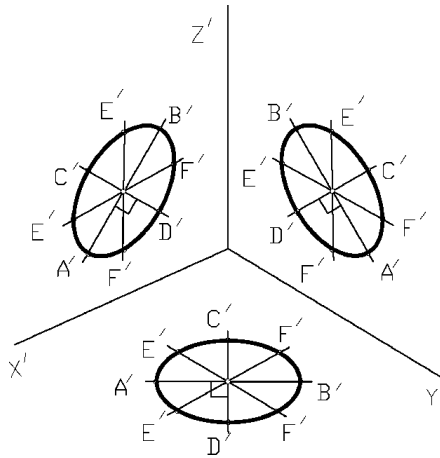


Рис.2 – Зображення кіл на аксонометричних площинах в ізометрії

Аксонometriю, в якій коефіцієнти спотворення однакові тільки по двох осях, називають *диметрією*. Зведені коефіцієнти у прямокутній диметрії дорівнюють:

$$p = 1; q = 0,5; r = 1$$

Аксонometriчні осі в прямокутній диметрії розташовані під кутами $70^{\circ}10'$ і $41^{\circ}25'$ до горизонталі(Рис.3).

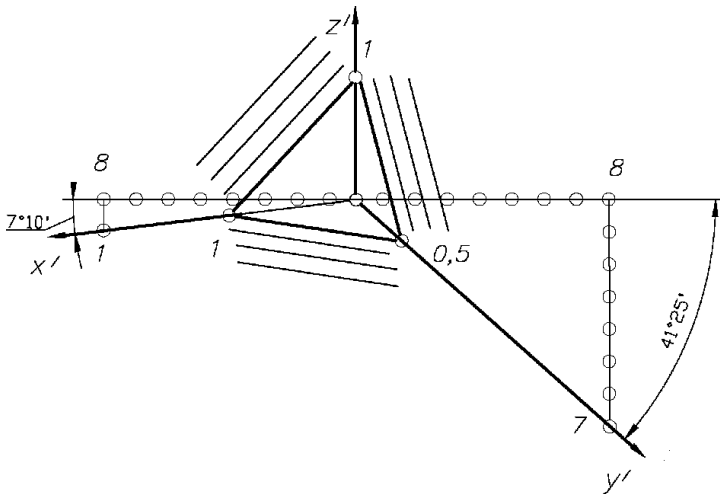


Рис.3 – Побудова осей в прямокутній диметрії

Велика вісь еліпса у диметрії однакова для всіх площин проєкцій і дорівнює $1,06d$. Мала вісь еліпса для горизонтальної і профільної площин проєкцій дорівнює - $0,35d$, для фронтальної площини проєкцій дорівнює $0,94d$ (Рис.4)

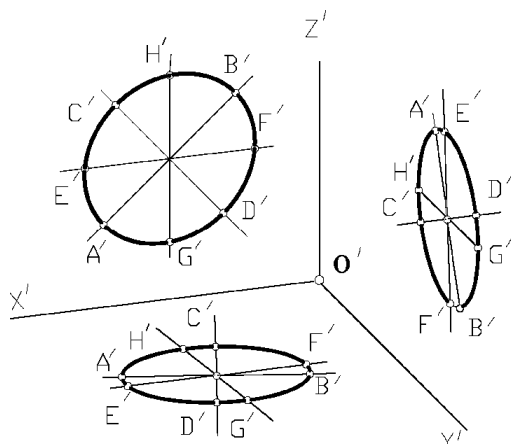


Рис.4 – Зображення кіл на аксонометричних площинах в диметрії

Завдання для аудиторної роботи

1. Побудувати зображення деталі в аксонометрії (ізометрії або диметрії). Деталь взяти з завдання 2 Лабораторної роботи №4.

Контрольні питання

1. Назвіть види прямокутних аксонометричних проєкцій.
2. Які значення мають зведені коефіцієнти спотворення, прийняті для прямокутних ізометрії і диметрії?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7

Тема: Розгортки поверхонь. Побудова розгорток граней і кривих поверхонь.

Мета: Ознайомитися із способами побудови розгорток граней і кривих поверхонь фігур за їх проєкційним кресленням, набути навичок у побудові розгорток.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Розгорткою поверхні називається плоска фігура, що утворюється при суміщенні поверхні з площиною. Поверхні, які не можуть бути суміщені з площиною, відносяться до нерозгортних поверхонь.

До групи розгортних поверхонь відносяться тільки лінійчаті поверхні і, зокрема ті з них, які мають пересічні суміжні твірні. Точка перетину може бути як власною (поверхні з ребром звороту і конічні), так і невласною (циліндричні поверхні).

Деякі геометричні властивості елементів поверхонь не змінюються при розгортці. Оскільки розгортка поверхні являє собою плоску фігуру, утворену з поверхні без розривів і склеювання, то кожній точці (фігурі) на поверхні відповідає точка (фігура) на розгортці і навпаки. Звідси впливають основні властивості розгортки поверхонь:

1. Довжини двох відповідних ліній поверхні та її розгортки рівні між собою, наслідком чого є те, що замкнена лінія на поверхні і відповідна їй лінія на розгортці обмежують однакову площу.

2. Кут між лініями на поверхні дорівнює куту між відповідними їм лініями на розгортці.

3. Прямій на поверхні відповідає також пряма на розгортці (зворотне твердження не має змісту).

4. Паралельним прямим на поверхні відповідають також паралельні прямі на розгортці.

В залежності від виду поверхонь їхні розгортки можуть бути: точними, наближеними і умовними.

Точна розгортка може бути побудована лише для многогранників та відсіків розгортних поверхонь (циліндра, конуса, торса) – поверхню многогранника завжди можна сумістити з площиною, тому що вона складається з плоских відсіків.

Побудова точної розгортки похилого конуса або циліндра пов'язана з обчисленням довжини кривої лінії, що само по собі ставить не просту задачу. Тому розгортку будують наближено, замінюючи поверхню конуса многогранною пірамідою, а поверхню циліндра поверхнею многогранної призми.

При побудові розгортки нерозгортних поверхонь (сфера, тор) їх апроксимують відсіками розгортних поверхонь і будують розгортки цих відсіків. Сукупність розгорток відсіків розгортних поверхонь, якими замінюється нерозгортна поверхня, називається умовною наближеною розгорткою нерозгортної поверхні.

Побудова розгорток має велике практичне значення, тому що дозволяє виготовляти різноманітні вироби з плоского (листового) матеріалу шляхом його згинання.

Розгорткою многогранної поверхні є плоска фігура, яка складається з граней цієї поверхні, суміщених з одною площиною.

Для того, щоб при побудові розгортки многогранника його грані зобразились неспотворено, вони суміщаються з площиною, паралельною площині проєкцій.

Існує три способи побудови розгортки многогранних поверхонь:

1) *спосіб трикутників(триангуляції);*

2) *спосіб нормального перерізу;*

3) *спосіб розкочування.*

Розгортка бічної поверхні піраміди (Рис.1) являє собою плоску фігуру, яка складається з трикутників – граней піраміди, і проводиться за наступною схемою:

1) визначається натуральна величина ребер і сторін основи піраміди;

2) в площині креслення послідовно способом засічок будуються натуральні величини трикутників(граней).

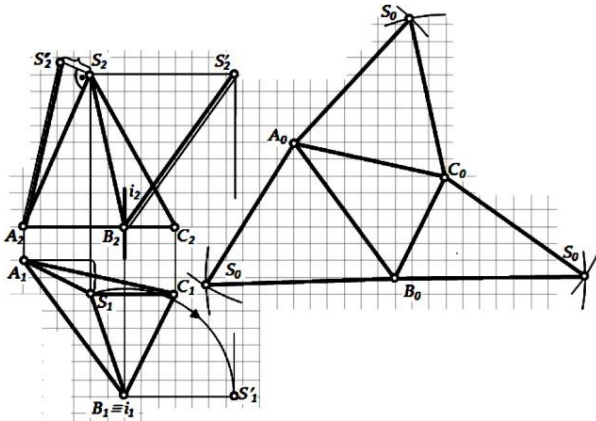


Рис.1 – Розгортання піраміди способом тріангуляції

На Рис.2 показана побудова розгортки похилої призми способом нормального перерізу. Суть способу полягає у тому, що спочатку задана поверхня перетинається площиною, перпендикулярною до ребер чи твірних поверхням. Потім визначається дійсна величина перерізу, будувється його розгортка та по обидві сторони від неї через точки, які є вершинами перерізу, проводяться прямі. На них відкладають довжину відрізків ребер чи твірних, замкнених між лінією перерізу і основами. Розгортки утворюються після поєднання кінців побудованих відрізків прямими (чи кривими у випадку циліндричної поверхні) лініями.

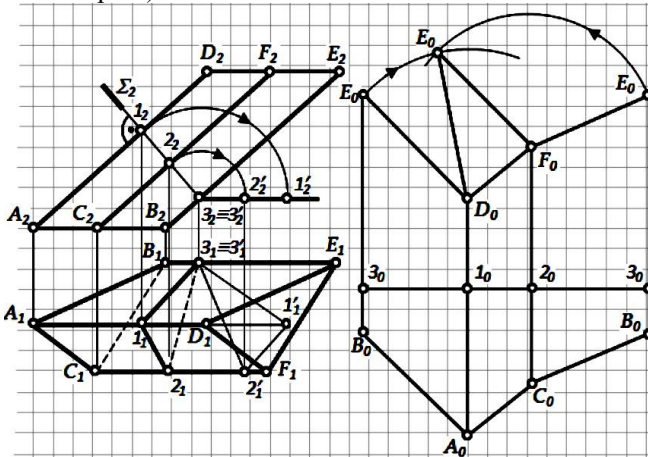


Рис.2 – Розгортання призми способом нормального перерізу

У тому випадку, коли основа призми чи циліндра на одній з площин проєкцій має дійсну величину, то побудова розгортки може здійснюватись способом розкочування (Рис.3).

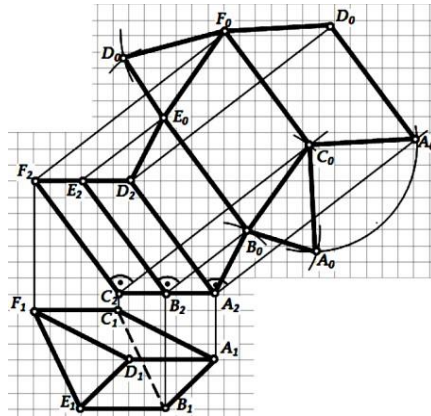


Рис.3 – Розгортання призми способом розкошування

Розгортка будь-якої розгортної поверхні (окрім граней) є наближеною. Це пояснюється тим, що при розгортці поверхні її апроксимують поверхнями вписаних або описаних многогранників, які мають грані у вигляді прямокутників або трикутників. Тому при графічному виконанні розгортки поверхні завжди доводиться здійснювати розгинання чи спрямлення кривих ліній поверхні, що неминуче призводить до втрати точності.

Розгортка бічної поверхні прямого конуса є круговий сектор. Кут сектора підраховують за формулою $\varphi = 360^{\circ} \cdot R / L$, де R - радіус кола основи конуса; L - довжина твірної бічної поверхні конуса (Рис.4).

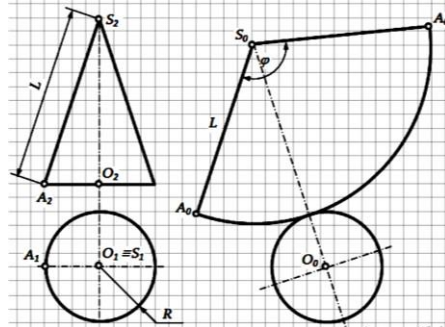


Рис.4 - Розгортка бічної поверхні прямого конуса

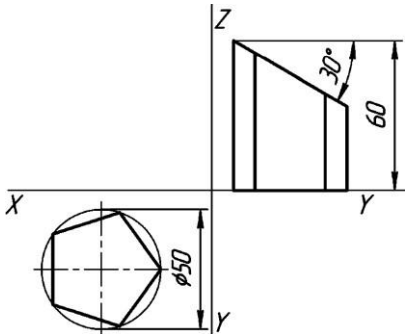
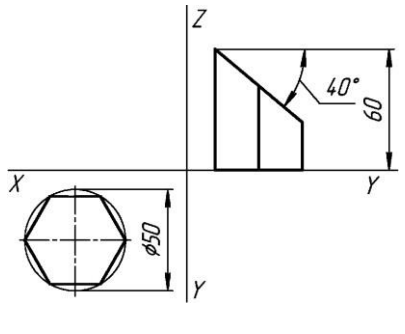
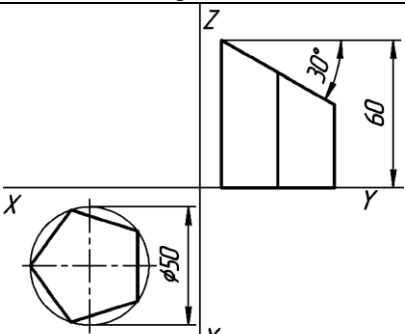
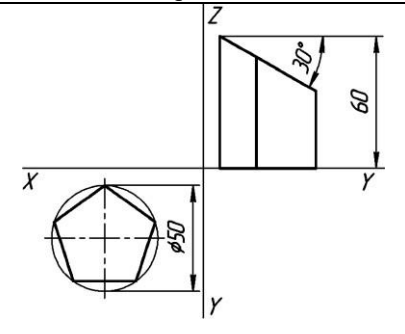
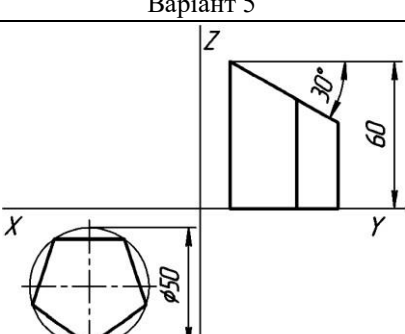
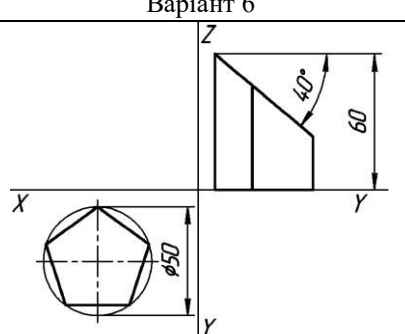
Задача на побудову розгортки бічної поверхні похилого конуса розв'язується так само, як і у випадку побудови розгортки бічної поверхні піраміди – способом трикутників:

- 1) Коло основи замінюється многокутником, а конічна поверхня замінюється поверхнею піраміди з трикутними гранями.
- 2) Визначається натуральна величина ребер піраміди (зазвичай способом обертання навколо проєціючої прямої);
- 3) Будується розгортка бічної поверхні піраміди.

Завдання для аудиторної роботи

1. Створити файл «Фрагмент», Зберегти його під іменем «Розгортки». Змінити напрямок осей.

Виконати комплексне креслення призми, усіченої площиною, визначити натуральну величину фігури перерізу і побудувати повну розгортку нижньої усіченої частини тіла.

<p>Варіант 1</p> 	<p>Варіант 2</p> 
<p>Варіант 3</p> 	<p>Варіант 4</p> 
<p>Варіант 5</p> 	<p>Варіант 6</p> 

2. Виконати комплексне креслення конуса, усіченого площиною, визначити натуральну величину фігури перерізу і побудувати повну розгортку нижньої усіченої частини конуса.

Варіанти 1, 3, 5, 7	Варіанти 2, 4, 6, 8
$H=10; \alpha=45^\circ$	$H=20; \alpha=30^\circ$

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Михайленко В.Є. Інженерна та комп'ютерна графіка [Текст]: Підручник / В.Є.Михайленко, В.В.Ванін, С.М.Ковальов; за ред. В.Є.Михайленка.– 5-е вид. — Київ: Каравела, 2010. – 360 с. — ISBN 978-966-8019-19-9.
2. Інженерна графіка [Текст]: Підручник / В.В.Ванін, В.В.Перевертун, Т.М.Надкєрнична, Г.Г.Власюк. К: ВНУ, 2009. – 400с. іл. ISBN966-552-168-3.
3. Антонович Є.А. Креслення [Текст] / Є.А.Антонович, Я.В.Василишин, А.В. Шпільчак.-Львів: Світ,2006.-511с.
4. Нарисна геометрія. Практикум [Текст]: Пос. для студентів ВНЗ; за ред. Є.А. Антоновича. -Львів: Світ, 2004. -528с.
5. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии [Текст]: Учебник / В.О Гордон, М.А.Семенцов-Огиевский; под. ред. Ю.Б.Иванова. - 23-е изд. - М: Наука, 1988. - 360с.
6. Бубенников А.В. Начертательная геометрия [Текст]: учеб. для вузов/ А. В. Бубенников. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1985. – 288с.
7. Виноградов В.Н. Начертательная геометрия [Текст]: учебник для художественно-графических факультетов пед. институтов / В. Н. Виноградов. 2-е изд., перераб. - М.: Просвещение, 1989. - 239с. с.: ил. - 27 000 экз. - ISBN5-09-000193-6.
8. Компас - 3D V16 [Текст]: Руководство пользователя / ООО «АСКОН-Системы проектирования», 2015. – 2588с.
9. АСКОН: Азбука Компас-3D V15 [Текст]: ЗАО «АСКОН», 2014. – 492с.

Навчально-методичне видання

ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА

Лабораторний практикум
Частина 1 «Нарисна геометрія»

Укладачі: Хом'як Б.Я., Габовда О.В.

Тираж 20 пр.

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до
Державного реєстру видавців, виготовлювачів і
розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 4916 від
16.06.2015р.

Редакційно-видавничий відділ МДУ, 89600, м.Мукачево, вул.Ужгородська, 26



МУКАЧІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

89600, м. Мукачево, вул. Ужгородська, 26

тел./факс +380-3131-21109

Веб-сайт університету: www.msu.edu.ua

E-mail: info@msu.edu.ua, pr@mail.msu.edu.ua

Веб-сайт Інституційного репозитарію Наукової бібліотеки МДУ: <http://dspace.msu.edu.ua:8080>

Веб-сайт Наукової бібліотеки МДУ: <http://msu.edu.ua/library/>