Мукачівський державний університет

Педагогічний факультет

Кафедра педагогіки дошкільної та початкової освіти

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ В ПОЧАТКОВОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Методичні рекомендації для самостійної роботи студентів з дисципліни «Алгебраїчна та геометрична пропедевтика в курсі математики початкової школи»

для студентів денної та заочної форм навчання

спеціальності 7.01010201 «Початкова освіта»

Мукачево – 2016

ББК 74.262.21-243+22.141я73
Щ61
Методика розв'язування рівнянь і нерівностей в початковому курсі математики. Методичні рекомендації для самостійної роботи студентів з дисципліни «Алгебраїчна та геометрична пропедевтика в курсі математики початкової школи» / Г.В. Щербан. – Мукачево : МДУ, 2016 –56 с. (1,2 авт.арк).

Рекомендовано до друку Науково-методичною радою Мукачівського державного університету, протокол № ____ від _____________ 2016р.

Обговорено і схвалено на засіданні кафедри педагогіки дошкільної та початкової освіти протокол № 9 від 14.04.2016р.

Укладач: *Г.В. Щербан, старший викладач,*
Мукачівський державний університет

Відповідальний за випуск: *В.І. Кобаль, зав. кафедри педагогіки дошкільної та початкової освіти, к.пед.н., доцент,*
Мукачівський державний університет

Рецензент: Т.Д. Щербан, д. психол. н., професор

Методичні рекомендації для самостійної роботи студентів з дисципліни «Алгебраїчна та геометрична пропедевтика в курсі математики початкової школи». В якій розглядається актуальна проблема вивчення елементів алгебри у початковому курсі математики. Розглянуто психолого-педагогічні та методичні особливості формування в учнів: уявлень про функціональну залежність; виразів зі змінною; навички розв'язування рівнянь та нерівностей. У роботі представлено практичні рекомендації, технологічні картки (пам'ятки) щодо розв'язування рівнянь та нерівностей. Методичні рекомендації адресовано студентам зі спеціальності «Початкова освіта»

ЗМІСТ

ВСТУП……………………………………………………………………....4

ФОРМУВАННЯ УЯВЛЕНЬ УЧНІВ ПРО ФУНКЦІОНАЛЬНУ ЗАЛЕЖНІСТЬ ВЕЛИЧИН……………………………………………………………..…6

ФОРМУВАННЯ І РОЗВИТОК УЯВЛЕНЬ ПРО ВИРАЗИ ЗІ ЗМІННОЮ……………………...………………………………………20

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРОСТИХ І СКЛАДЕНИХ РІВНЯНЬ….31

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕРІВНОСТЕЙ…………………...……41

ВИСНОВКИ………………………………………………………………….47

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ……………………………………49

ВСТУП

На сучасному етапі розвитку наукової думки відбувається інтеграція знань з метою глибшого розуміння природи людського розуму. Як наслідок, основою інтелекту є формування логічного, арифметичного, тобто математичного мислення. Вирішальну роль у становленні такого мислення відіграє молодший шкільний вік.

Відповідно до програми початковий курс математики містить елементи алгебри. Учні 1-4 класів повинні дістати початкові відомості про математичні вирази, числові рівності й нерівності, ознайомитися з буквеною символікою, навчитися розв'язувати деякі прості і складені задачі за допомогою рівнянь, складанням виразів. Алгебраїчний матеріал вивчають, починаючи з першого класу в тісному зв'язку з арифметичним і геометричним матеріалом. Введення елементів алгебри сприяє узагальненню понять про число, арифметичні дії, відношення і водночас готує дітей до вивчення алгебри в старших класах, тобто формує мислення від загального до часткового.

Поняття "вираз зі змінною" займає важливе місце в системі вивчення алгебри в початкових класах. Змінна розуміється як знак (буква, символ), що може набувати деякої множини значень. Числа, які підставляємо замість змінної у вираз, щоб виконати вказані в ньому дії, називають допустимим значенням змінної, а множина таких значень - областю визначення даного виразу.

Багаторічні дослідження науковців та вчителів практиків які займалися алгебраїчною пропедевтикою у початковій школі свідчать про те, що вивчення цього матеріалу викликає в учнів значні труднощі, які пов'язані з цілою низкою причин: слабо опрацьовується термінологія алгебраїчної пропедевтики, зокрема учні плутають назви компонентів і результатів арифметичних дій, зв’язок між ними. Так, наприклад, не знаючи назви чисел і результату, скажімо, дії ділення, учень не в змозі застосувати правило знаходження невідомого діленого чи дільника при розв'язуванні рівнянь.

Щоб учні швидше і міцно запам'ятали, ці та інші математичні терміни, вони повинні частіше звучати у мовленні як вчителя, так і учня. Вчителі і учні часто вживають термін „приклад” замість термінів: „вираз”, „рівність”, що приводить до змішування математичних понять „вираз” і „рівність”, з якими ознайомились учні; формально засвоюються правила знаходження невідомого компонента арифметичної дії, оскільки існує невідповідність між поставленими завданнями і способами їх реалізації; недостатньо проводиться робота з учнями над усвідомленням особливостей кожного правила знаходження невідомого компонента дії; серйозної перебудови потребує методика роботи над нерівностями з однією змінною, оскільки метод підбору не сприяє належному розумовому розвитку учнів, а раніше набуті знання знаходження невідомого компонента дії не використовуються в нових ситуаціях, що сприяє глибокому засвоєнню залежності між компонентами і результатами дій. Тому, варто окремо виділити питання розв'язування нерівностей способами зведення нерівності до рівності та на основі порівняння лівої і правої частин за допомогою яких можна знайти всі їх розв’язки.

ФОРМУВАННЯ УЯВЛЕНЬ УЧНІВ ПРО ФУНКЦІОНАЛЬНУ ЗАЛЕЖНІСТЬ ВЕЛИЧИН

➢ Способи подання функцій та їх використання.

Розглянемо на прикладі практичної задачі способи подання функцій. Візьмемо миску і покладемо її на терези. Нехай маса миски дорівнює 1 кг. Насипаючи муку в миску, ми будемо спостерігати, що маса миски з мукою змінюється. У нашому досліді маса миски залишається незмінною (сталою), а маса муки і маса миски з мукою є змінні величини. Маса миски з мукою залежить від маси муки. В таких випадках кажуть, що маса муки є *аргументом* (незалежна змінна), а маса миски з мукою є *функцією цього аргументу* (залежна змінна).

Залежність між масою миски і масою миски з мукою для окремих значень аргументу можна показати в таблиці.

Маса муки	1кг	2кг	3кг	4кг	5кг	6кг	7кг	8кг	9кг
Маса миски з мукою	2кг	3кг	4кг	5кг	6кг	7кг	8кг	9кг	10кг

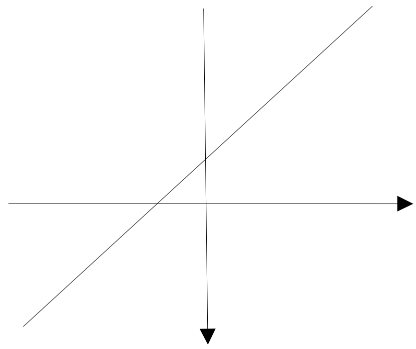
Щоб скласти таблицю, треба записати масу муки і до кожного із значень маси додати масу миски (1 кг), результат записати під відповідним значенням аргументу.

Перевага *табличного способу* задання функції полягає в тому, що дає можливість визначити ті або інші конкретні значення функції одразу, без додаткових вимірювань чи обчислень. Недоліком: є те, що цей спосіб визначає функцію не повністю, а тільки для деяких значень аргументу, не дає наочного зображення характеру зміни функції зі зміною аргументу.

Позначимо масу муки буквою ***x*,** а масу миски з мукою – ***y***. Тоді залежність між величинами можна записати у вигляді формули: $\boldsymbol{y = x + 1}$**.**

Задання функції за допомогою формули (*аналітичний спосіб*) дає змогу для кожного значення аргументу ***x*** знайти відповідне значення функції ***y***. Наприклад, для x = 20, y = 21; x = 30, y = 31; x = 40, y = 41.

Використовуючи координатну сітку, залежність між величинами можна зобразити на рисунку. Для певних значень аргументу на площині рисунка матимемо окремі точки, а для всієї сукупності значень аргументу – лінію, у нашому випадку – пряму.



Таке зображення функціональної залежності називають *графічним.* Графічний спосіб має велику <u>перевагу</u> над іншими – наочністю. Отже, функціональну залежність між величинами можна описати словами, показати за допомогою таблиці, формули або графіка.

Розглянемо, якою мірою застосовується кожний із вказаних способів подання функції у початкових класах. Зауважимо, учням не повідомляються терміни „функція" і „аргумент". Вчитель оперує лише словами „залежність", „змінна величина".

Словесний спосіб. Цей спосіб використовується під час розв'язування задач, в яких розглядаються взаємопов'язані величини. Словесне пояснення залежності супроводжує також і застосування інших способів подання функціональної залежності.

Задача 1. У склянки з чаєм розклали 12 грудок цукру, по 2 грудки в кожну. На скільки склянок вистачило цього цукру?

Бесіда. Намалюємо 12 кружечків і підкреслимо кожні два. Запишемо розв'язання задачі.

<u>○○</u> <u>○○</u> <u>○○</u> <u>○○</u> <u>○○</u> <u>○○</u>

12 : 2 = 6 (склянок)

Намалюємо ще 12 кружечків (грудок цукру) і розкладемо їх по 3 у кожну склянку. Запишемо розв'язання.

$\underline{\circ\circ\circ}\ \underline{\circ\circ\circ}\ \underline{\circ\circ\circ}\ \underline{\circ\circ\circ}$

12 : 3 = 4 (склянки)

Намалюємо втретє 12 кружечків і підкреслимо їх по 4. Запишемо розв'язання задачі і для цього випадку.

$\underline{\circ\circ\circ\circ}\ \underline{\circ\circ\circ\circ}\ \underline{\circ\circ\circ\circ}$

12 : 4 = 3 (склянки)

Розглянемо малюнки ще раз. Коли розкладали по дві грудочки – склянок було 6, по три грудочки – склянок було 4, по 4 грудочки – склянок 3. У якому випадку склянок менше? (В останньому, бо тут розклали по 4 грудки цукру). Отже, чим більше кладемо грудок цукру у кожну склянку, тим менше треба склянок.

<u>Це словесне подання обернено пропорційної залежності.</u>

Табличний спосіб. Цей спосіб передбачений багатьма вправами, в яких є функціональна залежність між змінними. Розглянемо два завдання.

1. Склади всі можливі приклади на додавання одноцифрових чисел з відповіддю 13. (Для виконання завдання склади таблицю).

13	4	5	6	7	8	9
	9	8	7	6	5	4

За допомогою таблиці з'ясовується функціональна залежність значень другого доданка від значень першого. (Перший доданок збільшується на один, другий – зменшується на один).

Аналітичний спосіб (спосіб формул). За чинною програмою подання залежностей між величинами за допомогою формули не є обов'язковою вимогою. Формули розглядаються в порядку ознайомлення і використовуються здебільшого не для розв'язування задач, а саме для ілюстрації залежності. Розглянемо приклад з'ясування виду формули.

Задача 2. Пішохід рухався зі швидкістю 4 км/год. Скільки кілометрів він пройшов за 3 години?

Для знаходження відстані треба додавати однакові доданки. Але додавання однакових доданків можна замінити множенням. Тоді матимемо:

1 година – 4 км

2 години – $4 \cdot 2$ (км)

3 години – $4 \cdot 3$ (км)

У нашій задачі швидкість незмінна – 4 км/год. Змінні величини – час і відстань, позначимо їх буквами *t* і *s.* Будемо мати таку формулу:

$S = 4 \cdot t$

Якщо б ми розглядали рух різних тіл – автомобіля, літака, велосипедиста, коня – то швидкість була б змінною величиною, яку позначають буквою *v.* За буквеного позначення, відстані, швидкості і часу, залежність між ними виражається формулою:

$S = v \cdot t$

На основі знайденої закономірності можна, наприклад, встановити: яку відстань пройде пішохід за 5 годин, за який час він пройде 20 км.

У початкових класах формула може застосовуватися для величин, які знаходяться в пропорційній залежності.

Звертаємо увагу на те, що у формулі є три величини: шлях, час і швидкість. Якщо ж ідеться про функціональну залежність, то вона розуміється як залежність між двома величинами:

- залежність між часом і відстанню при сталій швидкості – <u>прямо пропорційна</u> (чим більший час, тим більша відстань):

  $S1 = 4 \cdot 2 = 8$(км)

  $S2 = 4 \cdot 3 = 12$(км)

  $S3 = 4 \cdot 4 = 16$(км)

- залежність між часом і швидкістю при сталій відстані – <u>обернено пропорційна</u> (чим більший час, тим менша швидкість):

  $V1 = 16 : 8 = 2$ (км/год)

  $V2 = 16 : 4 = 4$(км/год)

  $V3 = 16 : 2 = 8$(км/год)

• залежність між відстанню і швидкістю при сталому часі- прямо пропорційні (чим більша швидкість, тим більша відстань).

$S1 = 2 \cdot 2 = 4$(км)

$S2 = 4 \cdot 2 = 8$(км)

$S3 = 8 \cdot 2 = 16$(км)

Графічний спосіб. У початкових класах графічний спосіб подання функціональної залежності безпосередньо не застосовується. Винятком може бути подання умови задачі у вигляді стрічкової діаграми. Але в умовах диференційованого навчання є достатньо підстав, щоб ознайомити «сильніших» учнів з методом координат, графіками прямої та оберненої пропорційної залежності і графіком лінійної залежності.

Проаналізувавши можливості застосування способів подання функціональної залежності, можна визначити ***орієнтовну програму функціональної пропедевтики.*** До основних завдань якої можна віднести:

- незалежні та залежні величини. Уявлення про характер змін величин: зростання і спадання величин, рівномірне зростання і рівномірне спадання;
- використання вправ і задач для постановки запитань про лінійну залежність величин. Зміна результатів дій першого і другого ступенів залежно від зміни одного з компонентів дій. Спеціальні вправи на формування уявлень щодо лінійної залежності, щодо прямо і оберненої пропорційності.

Ці та інші завдання здебільшого реалізується через додаткові запитання під час обговорення відповідної вправи чи задачі. Зміна результатів дій залежно від зміни одного з компонентів дії за програмою не вивчається. Але вчитель повинен сформулювати правила такої залежності, хоча вимагати від учнів знання поданих правил не потрібно. Спеціальні вправи проводяться з метою розвитку спостережливості школярів.

Функціональний зміст закладений у багатьох вправах і задачах підручників. Розглянемо методику роботи над окремими завданнями.

➢ **Незалежні і залежні величини. Характер зміни величин**

Порівняємо дві задачі з метою з’ясування стану залежності між величинами.

1. Троє дівчат працювали на збиранні огірків і разом заробили 150 гривень. Скільки грошей зароблять четверо дівчат за таких самих умов праці та оплати?
2. Троє дівчат йшли і на дорозі знайшли 150 гривень. Скільки грошей знайдуть четверо дівчат, якщо підуть тією ж дорогою?

У першій задачі відповідь – 200 гривень. Заробітна плата залежить від кількості працюючих.(150 : 3 · 4=200)

Неважко передбачити і відповідь другої задачі. Найімовірніше чотири дівчини на тій дорозі вже не знайдуть жодної гривні. У цій задачі перша величина (число дівчат) незалежна величина від кількості знайдених грошей.

Розглянемо ще три величини: шлях автобуса, швидкість автобуса, і масу бензина в бензобаці. Залежними будуть швидкість і відстань, відстань і маса бензину, а незалежними швидкість і маса бензину (зауважимо, що незалежність виявлятиметься в межах певної швидкості). Отже, є величини залежні між собою і незалежні. Ми матимемо справу здебільшого із залежними величинами.

Величини можуть змінюватися по-різному. Їхні числові значення можуть спадати або зростати (збільшуватися або зменшуватися), рівномірно спадати або рівномірно зростати. Розглянемо приклади таких величин.

Спостереження 1. Розглянемо три такі величини: довжину сторони квадрата, його периметр і площу. Знаходитимемо периметр і площу для сторони квадрата довжиною в 1см, 2см, 3см і т.д. обчислення запишемо в таблицю.

Довжина сторони квадрата	1см	2см	3см	4см	5см	6см	7см
Периметр квадрата	4см	8см	12см	16см	20см	24см	28см
Площа квадрата	1см^2	4см^2	9см^2	16см^2	25см^2	36см^2	49см^2

З таблиці видно, що всі три величини зростають, причому перші дві – довжина сторони квадрата і периметр – рівномірно: перша щоразу зростає на 1см, друга – на 4см. Зростання третьої величини – площі квадрата – не є рівномірним.

Порівняємо зростання першої і другої величини. Збільшимо перше значення першої величини у 3 рази: 1 · 3 = 3. Визначимо, як змінилося значення другої величини для значень 1 та 3. Периметри для цих значень відповідно дорівнюють 4 і 12. Порівняємо числа 12 і 4 : 12 3 = 4:. Отже, значення другої величини також збільшилося у три рази. Це засвідчує, що довжина сторони квадрата і периметр квадрата знаходяться в *прямо пропорційній залежності.*

Спостереження 2. Розглянемо залежність довжини і ширини прямокутника за умови сталої площі. Візьмемо прямокутник з площею 36см^2. Будемо добирати довжини його сторін у цілих числах. Результати запишемо в таблицю.

Довжина прямокутника	1см	2см	3см	4см	6см
Ширина прямокутника	36см	18см	12см	9см	6см
Площа прямокутника	36см^2	36см^2	36см^2	36см^2	36см^2

Перша величина зростає, друга – спадає. Порівняємо ці змінні: якщо першу збільшити у 2 рази (1·2), то друга зменшується у два рази (36:18=2), якщо збільшити у 3 рази (1·3), то друга зменшується у три рази (36:12=3), якщо першу збільшити у 4 рази (1·4), то друга зменшується у 4 рази (36:9=4). Це вказує на те, що між довжиною і шириною прямокутника при сталій площі існує *обернено пропорційна залежність*.

За поданими зразками залежних і незалежних величин, прикладів на різний характер змін змінної величини бажано проводити бесіди при нагоді з учнями3 – 4 класів.

Лінійна залежність. Лінійна залежність між величинами виражається формулою $\boldsymbol{y = k \cdot x + b}$. Якщо $\boldsymbol{k}$ від'ємне число, то формулу в додатних числах можна записати так: $y = \boldsymbol{b - k \cdot x}$. Отже, знаходження значень таких виразів, як $5 \cdot x + 7$; $9 \cdot a - 3$; $100 - a \cdot 2$ є не що інше, як знаходження значень функції для заданих значень аргументів. Аргументом виступає змінна a, функцією – вираз із цією змінною. З вправами на знаходження значень виразів учні час від часу зустрічаються, але бажано посилити увагу до випадків впорядкованої множини змінної.

1. Знайди значення виразу $4 \cdot a + 6$, якщо a набуває значень одноцифрових чисел. Побудуй таблицю і запиши в ній значення змінної a і значення виразу $4 \cdot a + 6$.

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$4 \cdot a + 6$	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42

Бесіда. Найменше значення змінної a дорівнює 0, найбільше значення – 9. Щоразу значення змінної збільшується на один, змінна a – величина рівномірно зростаюча.

Як змінюється значення виразу $4 \cdot a + 6$? (Збільшується щоразу на 4, зростає рівномірно).

Значення змінної a ми добираємо самі або беремо із задачі, тому кажуть, що змінна a незалежна величина. Значення виразу ми знаходимо шляхом обчислення, воно залежить від змінної a, тому кажуть, що значення виразу є залежна величина.

Якщо значення змінної дорівнює 7, то значення виразу дорівнює 34. Кожному числу змінної відповідає єдине число виразу.

2. Знайди значення виразу $150 – a \cdot 3$, якщо змінна a набуває непарних чисел другого десятка.

3.

a	11	13	15	17	19
$150 - a \cdot 3$	117	111	105	99	93

Міркування. Прочитай всі значення змінної a. Як воно зростає? (Рівномірно). Порівняй числа 11 і 13, 17 і 19. (13 більше 11 на 2, 19 більше 17).

Зростають чи спадають значення виразу? (Спадають). На скільки одиниць зменшується щоразу значення виразу? (На 6 одиниць). Якщо значення змінної *а* дорівнює 17, то чому дорівнює значення виразу? (99).

У наведених зразках увага учнів звертається на те, що значення змінної і значення виразу – змінні величини, що перша величина незалежна, а друга – залежна, що кожному значенню незалежної змінної відповідає єдине значення залежної змінної - значення виразу. Можна сказати, що запитання стосується загального поняття функціональної залежності. На видові ознаки функції увага не акцентується. У цьому і полягає особливість функціональної пропедевтики.

Одним із видів лінійної залежності є ***зміна результатів дій першого ступеня залежно від зміни одного з компонентів***. Учні мають добре розуміти характер зміни результатів дій залежно від зміни одного з компонентів і мати уявлення про кількісні зміни (в такій залежності).

Про характер змін школярі дізнаються, аналізуючи відповідні предметні та математичні ситуації. Спочатку краще спостерігати за розв’язанням пар прикладів виду: 4+2 і 5+2. Діти розв’язують приклади. Далі ставляться такі запитання: Чим схожі приклади? (Однаковий другий доданок). Чим вони різняться? (Першим доданком і сумою). У якому прикладі доданок більший? (У другому). У якому прикладі сума більша? (У другому). Потім пропонуються вправи на порівняння виразів. Варто кілька разів провести вправи на зразок такої.

4. Розглянь таблицю:

Доданок	47	43	40	37	32	24	20	13
Доданок	6	6	6	6	6	6	6	6
Сума	53							

Скажи, не обчислюючи, як змінюватиметься сума: збільшуватиметься чи зменшуватиметься. Обчисли суми і перевір себе.

Кількісні зміни результатів дій залежно від зміни одного з компонентів визначаються такими правилами:

- *якщо один з доданків збільшити (зменшити) на кілька одиниць, а другий залишити без змін, то сума збільшиться (зменшиться) на стільки ж одиниць;*
- *якщо зменшуване збільшити (зменшити) на кілька одиниць, а від'ємник залишити без змін, то й різниця збільшиться (зменшиться) на стільки ж одиниць;*
- *якщо зменшуване залишити без зміни, а від'ємник збільшити (зменшити) на кілька одиниць, то різниця зменшиться (збільшиться) на стільки ж одиниць.*

До цих правил учитель підводить школярів на основі окремих вправ та аналізу поданих відповідних таблиць. Новими тут будуть запитання такого виду: „На скільки одиниць збільшили доданок? На скільки одиниць збільшилася сума?" Такі запитання ставляться і під час опитування школярів, однак знання формулювання правил не вимагається.

Після ознайомлення з усіма випадками змін результатів дій першого ступеня залежно від зміни одного з компонентів дії доцільно, щоб учні записали в зошиті зразки таблиць змін, наприклад, такі:

a	1	3	5	6	7	9	10
$a + 10$	11	13	15	16	17	19	20
$a - 1$	0	2	4	5	6	8	9
$10 - a$	9	7	5	4	3	1	0

Задачі на лінійну залежність величин широко представлені в початковому навчанні. До них, зокрема, належать усі прості задачі на дії першого ступеня. Серед задач на дві дії з лінійною залежністю величин типовими зразками будуть такі:

Задача 1. Мама купила 4 кг картоплі в кульку. 1 кг картоплі коштує 2 грн, а кульок – 1 грн. Знайти вартість покупки. ($1+2\cdot4=9$ (грн)).

Задача 2. Маса півня 4 кг, а порося – 16 кг. На скільки кілограмів маса 6 півнів більша, ніж маса порося? ($4\cdot6-16=8$(кг))

Задача 3. В цистерні було 300 л молока. З неї злили 9 відер молока, по 12 л в кожному. Скільки літрів молока залишилось в цистерні? (300–12·9=192(л)).

У процесі роботи над задачами варто час від часу звертати увагу дітей на характер залежності між величинами, змінювати числові дані в задачі і потім порівнювати її з попередньою.

У 4 класі є сенс розв'язувати кілька задач з буквеними даними. Наприклад:

Задача 4. У підвалі було 100 кг моркви. Занесли ще *а* мішків моркви, по 20 кг в кожному. Скільки кілограмів моркви стало у підвалі? (100+20·*а*).

Пряма пропорційна залежність

Прямо пропорційна залежність між величинами виражається формулою $\boldsymbol{y = k \cdot x}$. Графіком такої залежності є пряма, яка проходить через початок координат.

Дві величини називаються ***прямо пропорційними****, якщо при зміні значень однієї з них в якому-небудь відношенні змінюються в такому ж відношенні і відповідні значення другої величини.*

Розглянемо за допомогою таблиці залежність між кількістю банок з фарбою і їх масою. Нехай маса однієї банки з фарбою 2 кг.

Кількість банок	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Маса фарби в них (кг)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Бесіда. Маємо дві величини: кількість банок фарби і їх маса. Обидві величини змінюються: рівномірно зростають. Кількість банок щоразу зростає на 1, а їх маса – зростає на 2 кг.

Розглянемо числа у верхньому ряді – 2 і 8. У скільки разів 2 менше 8? (У 4 рази). Можна сказати, що число 2ми збільшили в 4 рази. Порівняємо відповідні числа 4 і 16 у нижньому ряді. 16 більше 4 у 4 рази. Отже, збільшили кількість банок у 4 рази і їх маса збільшилася у 4 рази.

З бесіди видно, що знову звертається увага на загальні ознаки функціональної залежності. Запитання щодо пропорційної залежності ставляться в конкретному плані – порівнюються числа двох конкретних пар. Від учнів не вимагається формулювання загального означення пропорційної залежності.

Можна навести багато прикладів прямо пропорційної залежності величин: ціна товару і вартість, час і відстань, швидкість і відстань, кількість виробів і тривалість їх виготовлення, площа поля і кількість зібраного врожаю (за умови, що з кожного квадратного метра збирали порівну), довжина сторони квадрата і його периметр. У прямо пропорційній залежності знаходяться множник і добуток (при сталому другому множнику), частка і ділене (при сталому дільнику).

Висновки. Зміну результатів дій другого ступеня залежно від зміни одного з компонентів слід опрацьовувати ґрунтовно. Учні мають добре усвідомлювати:

- при збільшенні(зменшенні) одного із множників у 4 рази, добуток також збільшується (зменшується) у 4 рази

$20 \cdot 5 = 100$	$20 \cdot 5 = 100$
$(20 \cdot 4) \cdot 5 = 100 \cdot 4 = 400$	$(20 : 4) \cdot 5 = 100 : 4 = 25$

- якщо ділене збільшити у 3 рази, то і частка збільшиться у 3 рази, якщо зменшити, то і частка зменшиться у 3 рази.

$200 : 10 = 20$	$900 : 10 = 90$
$(200 \cdot 3) : 10 = 20 \cdot 3 = 6$	$(900 : 3) : 10 = 300 : 10 = 30$

Обернена пропорційна залежність

Обернена пропорційна залежність між величинами виражається формулою $y = k : x$. Графіком такої залежності є крива лінія, що належить до класу гіпербол.

*Дві величини називаються **обернено пропорційними**, якщо при зміні значень однієї з них в якому-небудь відношенні відповідні значення змінюються в оберненому відношенні.*

В обернено пропорційній залежності знаходяться: час, необхідний для переїзду з одного пункту в інший, і швидкість руху; кількість робітників, потрібних для виконання певної роботи, і час її виконання; дільник і частка.

Формулювання зміни частки залежно від зміни дільника краще подати школярам більш конкретно, наприклад: якщо ділене залишити без змін, а дільник збільшити у три рази, то частка зменшиться у три рази.

$\underline{60 : 2 = 30}$

$\underline{60 : (2 \cdot 3)= 60 : 6 = 10 \quad \text{або} \quad 60 : (2 \cdot 3) = 30 : 3 = 10}$

30 : 10 = 3 (р) – частка зменшилась у 3 рази

Розглянемо розв'язання задачі, в якій величини знаходяться в обернено пропорційній залежності.

Задача. За 6 дитячих костюмів ціною по 28 гривень заплатили стільки ж, скільки за дитячі пальта ціною по 56 гривень. Скільки дитячих пальт купили?

Запишемо задачу коротко в таблицю.

Ціна	Кількість	Вартість
28 грн 56 грн	6 шт. ? шт.	однакова

Бесіда. Вартість костюмів і пальт однакова. Ціна костюма 28 гривень, купили їх 6. Більше чи менше купили пальт, якщо пальто дорожче, ніж костюм? (Менше, бо із збільшенням ціни кількість товару зменшується). Знайдемо вартість дитячих костюмів: 28 · 6 = 168(грн). Знайдемо кількість пальт: 168 : 56 = 3(п.)

Розв’яжемо задачу іншим способом. У скільки разів пальто дорожче, ніж костюм? (У 2 рази, 56 : 28 = 2(р.)). Більше чи менше можна купити пальт, ніж костюмів? (У 2 рази менше, бо із збільшенням ціни у 2 рази, кількість товару зменшується у 2 рази). Запишемо: (6:2 = 3(п.)).

Висновки. Наведені зразки роботи над задачами і узагальнення досвіду учителів засвідчують, що формуванню уявлень учнів про функціональну залежність сприяють:

- використання унаочнення і предметних дій;
- опора на життєвий досвід школярів;
- заміна одного із даних задачі;
- розв’язування оберненої задачі, постановка спеціальних запитань;
- підсумкові узагальнення за проведеними спостереженнями.

ФОРМУВАННЯ І РОЗВИТОК УЯВЛЕНЬ ПРО ВИРАЗИ ЗІ ЗМІННОЮ

➢ Підготовка до ознайомлення зі змінною

Підготовкою до ознайомлення зі змінною є вся система вправ на складання таблиць додавання і віднімання. При складанні таблиць додавання в межах першого десятка перший доданок змінний, а другий - сталий. У таблицях на віднімання змінним виступає зменшуване, а сталим - від'ємник.

1+3=4	4-3=1
2+3=5	5-3=2
3+3=6	6-3=3
4+3=7	7-3=4
5+3=8	8-3=5
6+3=9	9-3=6
7+3=10	10-3=7

Тут доцільною буде бесіда такого змісту:

- Ми склали таблицю додавання числа 3. Прочитайте перший приклад з таблиці (1+3=4). Прочитайте другий приклад (2+3=5). Порівняйте перші доданки прикладів. Що ви помітили? Порівняйте другі доданки. Розглянемо увесь стовпчик прикладів. Другі доданки у прикладах не змінюються, а перші *змінюються* від одиниці до семи.

Підготовчими вправами, виступають вирази з „віконцями”. Приклади, де у „віконце” треба підставити певне число, підводять до поняття „невідомого числа”. Числа у „віконцях” змінюються залежно від умов, у вправах першого десятку вони здебільшого підказуються відповідними малюнками.

Підготовці до введення поняття „змінної” також служать: вправи на склад числа; вправи на доповнення до певного числа, на збільшення чи зменшення заданих чисел на якесь стале число; різні ігрові вправи та задачі з пропущеними числами.

Розглянемо зразки таких завдань.

1. Які числа можна записати у віконцях ? + = 8 (1 і 7, 2 і 6, 3 і 5, 4 і 4, …)

2. Виконай обчислення:

	-3
11	
8	
5	

	+5
5	
8	
3	

	+2	-3
9		
6		
11		

	+3	-2
7		
2		
5		

а) доповни до 10

10	1			
	9	8	5	2

б) збільш на 4

2	6	3	5	1	0
6					

3. Знаходження невідомого другого доданка.

На дошці записано вираз з „віконечком”: 4 + = 9

- Яке число потрібно вставити у „віконечко”? (У треба вставити число 5)
- Як дізналися? Підібрали число 5, бо 4+5 = 9, або від числа 9 відняли 4
- Чому від числа 9 треба відняти 4? (4 - перший доданок, другий доданок - невідомий, 9 - сума. Щоб знайти другий доданок, треба від суми відняти перший доданок. Від числа 9 відняти 4, буде 5)

4. Знаходження невідомого першого доданка.

На дошці записано вираз з „віконечком ”: + 3 = 10

- Яке число треба вставити у „віконечко”? (У треба вставити число 7)
- Як дізналися? Підібрали число 7, 7+3 =10, або від числа 10 відняли 3

- Чому від числа 10 треба відняти 3? (Невідомий перший доданок, другий доданок - 3, сума - 10. Щоб знайти перший доданок, треба від суми відняти другий доданок. Від числа 10 відняти 3, буде 7)

5. На дошці записано рівність: $\boxed{4} + 3 = 7$.

- Поясніть, чому у „віконечко” вставили число 4. (Перший доданок - невідомий, другий доданок - 3, сума 7. Щоб знайти невідомий доданок, треба від суми відняти відомий доданок. 7 мінус 3, буде 4. Першим доданком є число 4)

Задача. На клумбі розквітло ... троянд. Зрізали ... троянди. Скільки троянд залишилося на клумбі?

- На дошці записано задачу з пропущеними даними (числами). Прочитайте задачу. (Учень читає). Про що йдеться в задачі? (У задачі йдеться про троянди які росли на клумбі).

- Які числа пропущені в задачі? (У задачі пропущено число троянд, що розквітли на клумбі)

- Ще яке число пропущено в задачі? (Число троянд, які зірвали на клумбі)

- Скільки троянд могло розцвісти на клумбі? (Учні називають числа). Нехай на клумбі розквітло 11 троянд. (Учитель записує число 11 замість крапок). Яке число троянд могли зрізати? (Могли зрізати одну, дві, три і більше троянд)

Кількість зрізаних троянд можна виразити таким рядом чисел: 1,2, …,11

- Чи можна було на клумбі зрізати 12 троянд? (Ні)

- Чому? (На клумбі розквітло 11 троянд. Тому більше, ніж 11 троянд, не могли зрізати. Число 12 більше, ніж 11. 12 троянд не могли зрізати на клумбі)

- Нехай зрізали 3 троянди. (Вчитель записує число 3 замість крапок). Прочитайте задачу з даними числами. (Учень читає).

- Про що запитується в задачі? (Скільки троянд залишилося на клумбі)

- Що потрібно знати, щоб дізнатися, скільки троянд залишилося на клумбі? (Щоб дізнатися, скільки троянд залишилося на клумбі, треба знати, скільки їх розквітло і скільки троянд зрізали виконавши дію віднімання)

- Чи відомо це в задачі? (Відомо)

11 – кількість розквітлих троянд

- кількість зрізаних троянд

11 - - кількість троянд, що залишилося

-Якщо = 3, то розв'язок задачі: 11- 3 = 8(тр.). Прочитайте відповідь. (На клумбі залишилося 8 троянд).

Задача. У дівчинки було 8 груш. Вона віддала подругам груш. Скільки груш залишилося у дівчинки?

- Яку дію означає віддала? (Дію віднімання)
- Від чого будемо віднімати? (Від восьми)
- Що будемо віднімати? (□ - число, позначено у □)
- Що означає? (Скільки груш дівчинка віддала)

Розв'язок задачі:8 –

Відповідь: залишилось 8 – груш.

- **Ознайомлення з буквеним позначенням змінної**

З буквами латинського алфавіту школярі ознайомлюються у 3 класі. У 2 класі для позначення змінної використовується буква **„*а*"** яка має однакову назву в українському і латинському алфавітах. Буквене позначення компонента дії (доданка) вводиться під час вивчення таблиць додавання з переходом через десяток. Бесіду можна провести за такою вправою:

1. У комплексній змінній таблиці викладено картки „Перший доданок", „Другий доданок", „Сума".

Перший доданок	Другий доданок	Сума

- Прочитайте слова, які викладені в таблиці. Вкажіть дію, назви чисел і результату які записані в таблиці.

- У таблиці записано слова: перший доданок, другий доданок і сума. Над числами буде виконуватися дія додавання. (Вчитель викладає в таблицю картку із записом суми чисел 8 і 2).

- Прочитайте вираз. (Учитель показує на запис 8 + 2). (Сума чисел 8 і 2)

- Прочитайте по-іншому другий вираз. (Учитель викладає в таблицю картку із записом суми чисел 8 і 3). (Вісім плюс три)

- Прочитайте по-іншому третій вираз. (Учитель викладає в таблицю картку із записом суми чисел 8 і 4). (Перший додаток 8, другий 4)

У кінцевому результаті таблиця набирає вигляду:

Перший доданок	Другий доданок	Сума
8	2	8+2
8	3	8+3
8	4	8+4
8	*a*	8+*a*

- Що можна сказати про перші доданки, які записані у третьому стовпчику? (Перші доданки сум однакові)

- Що ви помітили в записах других доданків? (Другий доданок кожної наступної суми інший, він на одиницю більший, ніж другий доданок попередньої суми)

- Отже, перший доданок кожного прикладу -сталий, а другий - змінюється. Щоб не записувати різні числа другого доданка, можна позначити його буквою, наприклад, ***а.*** (Вчитель показує цю букву в таблиці). Тоді суму записуємо так: 8 + ***а.*** (Учитель викладає в таблицю картку із записом суми чисел 8 і ***а***).Читають цей запис таким чином: сума чисел 8 і ***а*** або 8 плюс ***а***.

- Сума чисел 8 і ***а*** - це вираз з однією буквою. Запишемо цей вираз у зошиті. (Вчитель записує його на дошці).

- Яких значень набирає (позначає) буква ***а***? (Буква ***а*** набирає такі значення: 2, 3 і 4).

- Обчислимо значення виразу $8 + a$ при цих значеннях букв.

Зразок запису на дошці.

$8+a$

Якщо $a=2$, то $8+a=8+2=10$;

Якщо $a=3$, то $8+a=8+3=11$;

Якщо $a=4$, то $8+a=8+4=12$.

У порядку первинного закріплення виконуються ще такі вправи.

2. Знайди суму 9 + ***а***, якщо ***а*** = 3, ***а*** = 4. (Якщо $a = 3$, то $9 + a = 9 + 3 = 12$; Якщо $a = 4$, то $9 + a = 9 + 4 = 13$.)

3. Знайди різницю ***а*** - 4, якщо ***а***=12. (Якщо а = 12, то $a – 4 =12 – 4 = 8$)

З метою включення вправ на знаходження значень виразів зі змінною в усну лічбу, вчитель ознайомлює учнів з табличними формами завдань.

4. Щоб включити вправи на знаходження значень виразів зі змінною в усну лічбу, вчитель ознайомлює учнів з табличними формами завдань:

а		1	0	5	3	6	9	4	8	2	7
а+ 4											

5. а) перевір:

а	**7+а**	**12 -а**
3	10	9
5	12	7
4	11	8
8	15	4

б) обчисли усно:

a	8+a	11 -a
2	10	9
0		
4		
7		

➢ Знаходження значень виразів зі змінною

У процесі виконання завдань на знаходження значень виразів зі змінною формується розуміння змінної, як букви у виразі, що може набувати деякої множини значень. В учнів має сформуватися чітке уявлення про те, що вираз зі змінною не має певного значення.

1. На дошці записано вирази: 14 - ***b***, ***b*** · 6*,* 29 + ***b***, 16 : ***b*** і значення букви (***b*** = 4.)

- Прочитайте вирази з дошки, даючи назву кожному числу. (Зменшуване - 14, від'ємник – ***b.*** (***b* -** перший множник, 6 - другий множник. 29 - перший доданок, ***b***- другий доданок. 16 - ділене, ***b*** - дільник))

- Знайдіть значення першого виразу, якщо ***b*** = 4. Прочитайте його.

(14 -4 = 10)

- Знайдіть значення інших виразів, якщо ***b* = 4. (**4 · 6 = 24, 29 + 4 = 33, 16 : 4 = 4).

2. На дошці записані рівності: **a : 3 = 6** **b · 4 = 16** **c : 4 = 5**

- Прочитайте першу рівність. (Число a поділити на 3 дорівнює 6).

- Підберіть таке число ***a*,** при якому рівність буде правильною. Назвіть таке число ***a***. (Число 18)

- Чи правильно вибрано число ***a*? (**Правильно**)**

- Чому? (Тому що 18 : 3 = 6)

- Перевірте, що 18 поділити на 3, буде 6. Як перевірити? (3 помножити на 6, буде 18)

- Прочитайте другу рівність. (Число ***b*** помножити на 4, буде 16)

- Виберіть таке число ***b*** **,** при якому рівність буде правильною. Назвіть таке число ***b***. (Число 4)

- Чи правильно вибрано число ***b***? (Правильно)

- Чому? (Тому що, 4 помножити на 4, буде 16)

- Прочитайте третю рівність. (Число ***c*** поділити на 4, буде 5)

- Назвіть таке число ***c***, при якому ця рівність буде правильною. (Число ***c*** = 20, бо 20 : 4 = 5)

3. У комплексній змінній таблиці викладено картки із зображенням виразів і слів: Ділене, Дільник.

Ділене	60 - a	a - 24	50 - a	a - 9
Дільник	3	2	2	3

- За даними таблиці складіть вирази. Знайдіть їх значення при ***a*** = 36.

Зразок запису на дошці

(60 - ***a***) : 3.

Якщо ***a*** = 36, то (60 - ***a***) : 3 = (60 - 36) : 3 = 8.

(***a***-24) : 2.

Якщо ***a*** = 36, то (***a*** - 24) : 2 = (36 - 24) : 2 = 6.

(50 - ***a***) : 2.

Якщо ***a*** = 36, то (50 - ***a***) : 2 = (50 - 36) : 2 = 7.

(***a***- 9) : 3.

Якщо ***a*** = 36, то (***a*** - 9) : 3 = (36 - 9) : 3 = 9.

- Прочитайте перший вираз. (Різницю чисел 60 і ***a*** поділити на 3)

- Прочитайте другий вираз. (Ділене, виражене різницею чисел ***a*** і 24, дільник - 2)

- Прочитайте третій вираз. (Від числа 50 відняти ***a*** і одержаний результат поділити на 2)

- Прочитайте четвертий вираз. (Число ***a*** зменшити на 9 одиниць і одержаний результат поділити на 3)

2 клас

1. Знайди різницю 14-***а,*** якщо а=8; а=5.

Пояснення.

- 14 - ***а*** - це буквений вираз, якщо замість ***а*** підставити число, то буквений вираз перетворюється в числовий. Візьмемо перше значення букви ***а, а*** =8. Підставимо замість ***а*** його значення в буквений вираз: 14–***а*** =14–8=6,

Якщо ***а = 5,*** то 14 – ***а*** = 14 – 5 = 9

2. Знайди різницю ***а***-6*,* якщо а=10; а=12; а=18.

3. Знайди суму ***а***+20 і різницю 80 - ***а,*** якщо а = 40.

З наведених зразків видно, що у 2 класі розглядаються в основному вирази із змінною на одну дію, вирази на дві дії вводяться на кінець року.

3 клас

Різновиди завдань, вказані для 2 класу, функціонують і в 3-4 класах. Новим є:

- використання різних букв латинського алфавіту для позначення змінної;
- розгляд виразів, у яких змінна повторюється, та виразів із двома змінними;
- ускладнення виразів із змінними відповідно новому матеріалу з арифметики.

З новими буквами латинського алфавіту школярі ознайомлюються за текстами підручника. Подамо різноманітні форми завдань на знаходження значень виразів:

1. Знайди значення виразів, якщо а = 12 : ***а*** + 40; ***а · 4;*** ***а*** + ***(а*** + 25); ***(а + а)*** *:* 4.

2. Знайди значення виразу k:6, якщо k набуває таких значень: 12, 24, 36.

3. Накресли таблицю і запиши дані та шукані числа

a	28	63	54	56	48	49	36
k	7	7	6	7	6	7	6
a : k							

4. Знайди значення виразів, якщо а = 1; в = 0;

а · 9 + а; **9 : а - 1;** **в : 4 + а;** **(10 - в) : 5**

З наведених вправ видно, що в 3 класі передбачається завдання лише на усні прийоми обчислень.

4 клас

1. Знайди значення виразів **а + в** і **в-а,** якщо а=338, в=507.

У цьому завданні необхідно виконати письмові обчислення. Їх записують таким чином:

Якщо а = 338 і в = 507, то а + в = 338 + 507 = 845

2. Записати різницю таких чисел: зменшуване k, а від'ємник виражений часткою чисел b і 10. Знайди значення різниці, якщо k = 200, b = 180.

У цьому завданні потрібно не тільки знайти значення виразу, а й попередньо скласти його. Розв'язання може матиме такий вигляд:

k - b : 10 k = 200, b = 180

200 – 180 : 10 = 200 – 18 = 182

Зауважимо, що складання виразу за текстовою умовою практикується з 3 класу.

3.Заповнити таблицю:

a	b	a + b	a - b	a : 10	b - 10	a+ 700
163250	8073					

Письмові обчислення учні виконують окремо, а результати записують у таблицю.

Висновки. У методичному аспекті для роботи над виразами зі змінною характерні: побудова навідних і контрольних запитань, диференційований підхід та індивідуальна допомога, проведення підсумкових бесід. Зокрема доцільно час від часу звертати увагу дітей на те, яких значень може набувати змінна у заданому виразі. Наприклад, розглядається вираз 12-а. Вчитель пропонує школярам надати букві ***а*** одне яке-небудь значення і знайти різницю. Під час перевірки він записує на дошці значення букви ***а*,** яких надали учні. Потім варто з'ясувати, чи може набувати буква ***а*** інших значень, наприклад, 12, 20, 30. Робиться висновок:

букві ***а*** можна надавати будь-яких числових значень від 0 до 12,якщо ***а*** більше 12, то значення різниці знайти не можна (12-30).

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРОСТИХ І СКЛАДЕНИХ РІВНЯНЬ

Відповідно до програми початкових класів розглядають рівняння першого ступеня з одним невідомим виду: $7 + \boldsymbol{x} = 10$, $\boldsymbol{x} \cdot (17 - 10) = 70$. Рівняння в початкових класах трактують як правильні рівності; розв'язання рівняння проводиться з відшукуванням того значення букви, при якому цей вираз має певне значення .

➢ Ознайомлення з рівнянням. Розв'язування простих рівнянь

Перше рівняння діти розв'язують добором: замість невідомого підставляють числа, доки не знайдуть таке, що підходить, а потім - на основі знань правил про знаходження невідомого компонента. Учні повинні чітко знати такі правила:

- щоб знайти невідомий доданок, треба від суми відняти відомий доданок;
- щоб знайти невідоме зменшуване, треба до різниці додати від'ємник;
- щоб знайти невідомий від'ємник, треба від зменшуваного відняти різницю;
- щоб знайти невідомий множник треба добуток поділити на відомий множник;
- щоб знайти невідоме ділене, треба частку помножити на дільник;
- щоб знайти невідомий дільник, треба ділене поділити на частку.

Розглянемо роботу по ознайомленні з рівняннями.

Проведемо гру « Відгадай число». Маринка задумала число, коли до нього додати3, одержимо 9. Яке число задумала Маринка?

<u>Бесіда.</u> Число яке задумала маринка можна підібрати. Підбираємо число , до нього додаємо 3, одержимо 9. Можна записати такий приклад з віконечком:

$+ 3 = 9$

Способом підбору знаходимо, що у « віконечку » заховалося число 6, бо 6 +3 =9. Отже, задумане число 6. Але задумане число можна знайти іншим способом, використовуючи правило про знаходження невідомого доданку, адже задумане число- це невідомий перший доданок. Щоб знайти перший доданок, треба від суми відняти другий доданок (9 – 3 = 6). Це міркування схематично можна записати так:

+ 3 = 9

= 9 - 3

= 6

Ми знаємо, що в математиці невідоме число можна позначати буквами, з якими ви знайомились раніше: ***a, b, c, k,***….Найчастіше для позначення невідомого використовується буква ***x*** (ікс). Цю букву ***x*** ми і використаємо для позначення задуманого (невідомого) числа. Отже, ***x*** – задумане, невідоме число. Запишемо його замість «віконечка», одержимо рівність:

x + 6 = 9

Прочитаємо цю рівність. Сума невідомого числа ***x*** і число 6 дорівнює 9. Ця рівність називається рівнянням. Отже рівність у якій невідоме число позначене буквою ***x*** називається рівнянням. Отже, х + 6 = 9 – рівняння.

У рівнянні є ліва і права частини: х + 6 – ліва частина рівняння, 9 – права частина рівняння.

Сьогодні ми навчимося розв’язувати рівняння – будемо знаходити невідоме**.**

Повернемось до виразу з «віконечком»   + 6 = 9, а тепер х + 6 = 9

Отже, ми вже визначили, що невідомо перший доданок – х, щоб знайти перший доданок треба від суми відняти відомий доданок 6, одержимо 3. Запишемо це так:

x + 6 = 9

x = 9 – 6

x =3

Буквою ***x*** ми позначали задумане, невідоме число. Розв'язок рівняння, треба обов’язково перевірити. Щоб перевірити, чи правильно ми розв’язали рівняння треба:

- підставити знайдене число 3 замість букви *x* у ліву частину рівняння;

- знайти значення виразу у лівій частині;

- порівняти число у лівій частині з числом у правій частині.

Якщо числа рівні, то рівняння розв’язане правильно. Продовжимо запис наших міркувань.

На дошці такий запис.

$x + 6 = 9$

$x = 9 – 6$

$x = 3$

$3 + 6 = 9$

$9 = 9$

Рівність 9 = 9 правильна. Отже, рівняння розв’язане правильно.

Ознайомлення з розв'язуванням рівнянь, які містять дію віднімання можна провести за допомогою лічильного матеріалу, розв’язуючи таке завдання:

Потрібно відгадати число, яке задумала Маринка. Маринка каже: *Я* задумала число, яке для Вас, невідоме, відняла від цього числа 3 і дістала число 8.

Задумане

число

$$\boxed{} \quad - \quad \boxed{} \quad = \quad \boxed{}$$

невідоме число

Одержали рівняння: $x – 3 = 8$

***x* – 3** – ліва частина рівняння

8 – права частина рівняння

- Як називаються числа та результат дії віднімання? (Невідоме число ***x*** - зменшуване, 3 - від'ємник, 8 - різниця). Потрібно розв’язати рівняння, тобто знайти невідоме число.

- Як знайти невідоме зменшуване? (Щоб знайти невідоме зменшуване, треба до різниці додати від'ємник)

- Запишемо: $\boldsymbol{x}$ дорівнює сумі чисел 8 і 3. Чому рівна сума чисел 3 і 8? (11)

-Запишемо: $\boldsymbol{x} = 11$.

$$\boldsymbol{x}-3=8$$
$$\boldsymbol{x}=8+3$$
$$\underline{\boldsymbol{x}=11}$$
$$11-3=8$$
$$8=8.$$

- Перевіримо, чи правильно ми розв'язали рівняння. Замість невідомого числа $\boldsymbol{x}$ у ліву частину рівняння підставимо його числове значення (11), потім знайдемо значення лівої частини ($11 - 3 = 8$). Порівнюємо значення лівої частини (8) зі значенням правої частини(8) $8 = 8$. Рівність правильна. Отже, рівняння розв’язане правильно.

Розглянемо питання щодо розв'язування рівнянь, які містять дію множення або ділення.

На дошці записано рівняння:

1) $x \cdot 3 = 18$ 3) $35 : x = 7$

2) $4 \cdot x = 20$ 4) $x : 4 = 5$

В цих рівняннях треба визначити невідоме і поставити дане рівняння до відповідного правила на знаходження цього невідомого. Тобто заповнити таку таблицю:

Рівняння	Невідоме	Правило знаходження невідомого
(4)	Ділене	Щоб знайти невідоме ділене треба частку помножити на дільник
(3)	Дільник	Щоб знайти невідомий дільник треба ділене поділити на частку
(1)	Перший множник	Щоб знайти перший множник треба добуток поділити на другий множник

(2)	Другий множник	Щоб знайти другий множник треба добуток поділити на перший множник

Учні виставляють рівняння до відповідного правила.

За цими правилами розв’язують ці рівняння

$35 : x = 7$	$4 \cdot x = 20$	$x : 4 = 5$	$x \cdot 3 = 18$
$x = 35 : 7$	$x = 20 : 4$	$x = 5 \cdot 4$	$x = 18 : 3$
$\underline{x = 5}$	$\underline{x = 5}$	$\underline{x = 20}$	$\underline{x = 6}$
$35 : 5 = 7$	$4 \cdot 5= 20$	$20 : 4 = 5$	$6 \cdot 3 = 18$
$7 = 7$	$20 = 20$	$5 = 5$	$18 = 18$

Пам’ятка (алгоритм) для розв'язування простих рівнянь:

1.Прочитай рівняння.

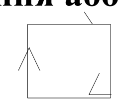
2.Визнач невідоме.

3.Згадай правило на знаходження невідомого.

4.Розв'яжи рівняння.

5.Зроби перевірку: (підстановка і обчислення значення виразу)

- **Розв’язування рівнянь, які містять дію множення або ділення.**

1. Розв’язати рівняння за коловим принципом 

$21 : \boldsymbol{x} = 7$	$5 \cdot \boldsymbol{x} = 40$	$7 \cdot \boldsymbol{x} = 35$
$40 : \boldsymbol{x} = 8$	$3 \cdot \boldsymbol{x} = 21$	$4 \cdot \boldsymbol{x} = 12$
$12 : \boldsymbol{x} = 3$	$8 : \boldsymbol{x} = 4$	$35 : \boldsymbol{x} = 5$

I – в- Початок виконання – $4 \cdot \boldsymbol{x} = 35$

II – в – Початок виконання – $12 : \boldsymbol{x} = 3$

2. На дошці записано рівняння:

$\boldsymbol{56 : x}\cdot= 8$	$\boldsymbol{x} \cdot 9 = 36$	$7 \cdot \boldsymbol{x} =21$	$32 : \boldsymbol{x} = 4$

- Запишіть у зошити рівняння, в яких значення невідомого більші за 4. Розв'яжіть рівняння. Поясніть його розв'язання.

3.На дошці записано рівняння, його розв'язок. Деякі числа пропущено. Заповнити пропуски і зробити перевірку.

24 : $\boldsymbol{x}$ = 6

$\boldsymbol{x}$ = 24 :

$\boldsymbol{x}$ =

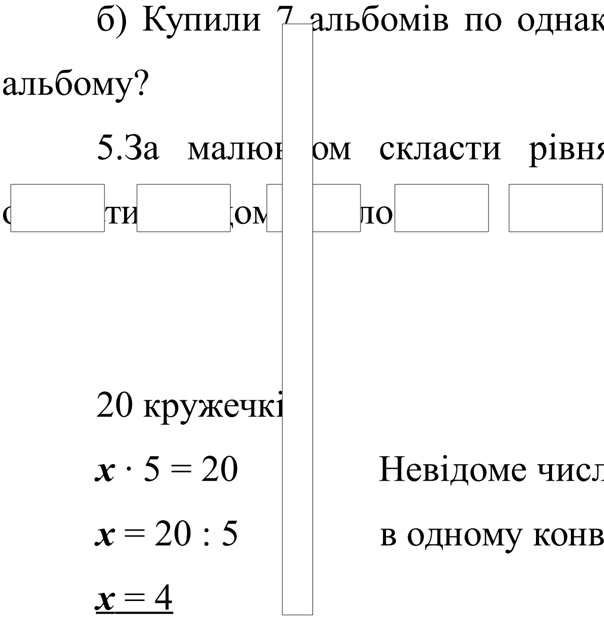
4. На дошці записані рівняння: $\boldsymbol{x} \cdot 7 = 42$.

За даним рівнянням скласти задачу.

а) Невідоме число збільшили у 7 разів і одержали 42. Яке невідоме число?

б) Купили 7 альбомів по однаковій ціні і заплатили 42 грн. Яка ціна альбому?

5.За малюнком скласти рівняння. Записати розв’язок. Що може означати невідоме число



20 кружечків

$\boldsymbol{x} \cdot 5 = 20$ Невідоме число $\boldsymbol{x}$ – означає кількість кружечків в одному конверті.

$\boldsymbol{x} = 20 : 5$

$\underline{\boldsymbol{x} = 4}$

$4 \cdot 5 = 20$

$20 = 20$

➢ Розв'язування складених рівнянь

Для усунення розриву який існує у вивченні рівнянь між 4 і 5 класами, доцільно доповнити змістову лінію „Рівняння і нерівності” у 4 класі, включивши ознайомлення учнів з рівнянням, що містять дві арифметичні дії (використовуючи залежність між компонентами і результатами дій два рази)

$\boldsymbol{a * x = b*c}$ (1)

$\boldsymbol{(a* b) *x=c}$ (2)

$\boldsymbol{(a*x)*b=c}$ (3)

(де ***a, b, c*** – цілі невід'ємні числа, ***x*** – невідоме число. Такі рівняння називаються **складеними.** Виділимо два останні типи складених рівнянь:

<u>1тип.</u>

- Коли один із компонентів рівняння -числовий вираз;

<u>2 тип.</u>

- При розв'язанні рівнянь використовуємо 2 (3) рази залежність між компонентами і результатами дій.

Для успішного оволодіння учнями уміннями розв'язувати такі рівняння вчителеві треба навчити аналізувати їх і правильно визначати складові кожного з рівнянь.

Рівняння (1), (2) – вважаються найпростішими. У них результат (рівняння (1)) або один із компонентів (рівняння (2)) представлені у вигляді числового виразу. Розглянемо методику роботи над рівняннями такого типу: 24 – x = 13 + 4.

<u>Міркування</u>

Прочитаємо рівняння і назвемо компоненти.

- Різниця чисел 24 і x дорівнює сумі чисел 13 і 4;

24 – зменшуване, ***x*** – від'ємник і різниця, виражена сумою чисел 13 і 4.

Зменшуване	Від'ємник	Різниця
24	***x***	13 + 4

Бачимо, що різниця виражена сумою чисел 13 і 4. Цю суму можна обчислити, тобто можна знайти значення цього виразу: 13 + 4 = 17. Запишемо рівняння у якому запишемо число 17 замість суми 13 і 4. Одержимо рівняння 24 – x = 17.

Це просте рівняння, яке ми вже знаємо розв'язувати. Запишемо розв'язок цього рівняння.

24 – ***x*** = 13 + 4

24 – ***x*** = 17

x = 24 – 17

<u>***x*** = 7</u>

24 – 7 = 17

17 = 17

Отже, розв'язуючи це рівняння ми спочатку знайшли значення числового виразу, отримали просте рівняння у якому невідомий від'ємник. А такі рівняння ми розв'язувати вже вміємо. Числовий вираз, значення якого можна знайти може бути записаний не тільки в правій частині рівняння, але і в лівій. Тобто будь – який компонент можна подати у вигляді виразу.

Отже, щоб розв'язати такі рівняння, спочатку треба знайти значення числового виразу, одержимо просте рівняння, розв'яжемо його. Складемо ***(алгоритм) пам'ятку*** для розв'язування таких рівнянь:

Пам'ятка (алгоритм) для розв'язування рівнянь

1. Знайди значення числового виразу (чому дорівнює компонент або результат).
2. Заміни числовий вираз його числовим значенням, отримаємо просте рівняння.
3. Визнач невідоме.
4. Згадай правило на знаходження невідомого компонента рівняння. Знайди невідоме.
5. Зроби перевірку.

Розглянемо методику роботи над складеними рівняннями II типу.

(9 · x – 18 = 54, (46 + x) – 34 = 20, (x + 3) · 3 = 36)

Ці рівняння спочатку краще розглядати на набірному полотні:

(18+ x)	36	10
зменшуване	від'ємник	різниця

x • 4	12	36
доданок	доданок	сума

1спосіб. Міркування. Невідоме- зменшуване, яке виражене сумою чисел 18 і x. Щоб знайти зменшуване ($18+x$) треба до різниці 10 додати від'ємник 36. Одержали $18 + x = 10 + 36$ це складене рівняння І типу. Спочатку знайдемо суму 10 і 36 і запишемо просте рівняння: $18 + x = 46$

Це рівняння ми вже знаємо як розв'язувати.

2 спосіб. Перший крок у роботі над такими рівняннями – це визначення останньої дії. Далі, орієнтуючись на цю дію, учні визначають кожен із її компонентів і називають результат. Потім аналізують, де міститься невідоме число (на основі взаємозв'язку між компонентами і результатом арифметичної дії). Решта роботи виконується так само, як і з рівнянням, що містить одну арифметичну дію. Розглянемо це на прикладі фрагменту уроку.

1. На дошці записано рівняння: $(18 + \boldsymbol{x}) – 36 = 10$

-Назвіть порядок виконання дій у лівій частині рівняння, якщо невідоме число $\boldsymbol{x}$ буде «відомим». (Спочатку потрібно виконати дію в дужках, а потім – дію віднімання)

- Яка дія виконується останньою? (Дія віднімання)

- Як називаються числа при відніманні у виразі $(18 + \boldsymbol{x})-36$? (Зменшуване і від'ємник)

- Прочитайте рівняння. (Зменшуване виражене сумою чисел 18 і $\boldsymbol{x}$**,** від'ємник - 36, різниця - 10)

- Як по-іншому можна прочитати це рівняння? (Від суми чисел 18 і $\boldsymbol{x}$ відняти 36, буде 10. (Суму чисел 18 і $\boldsymbol{x}$ зменшили на 36 і одержали 10. Сума чисел 18 і $\boldsymbol{x}$ на 10 одиниць більша, ніж 36. 36 на 10 одиниць менше, ніж сума чисел 18 і $\boldsymbol{x}$))

- Куди входить невідоме число $\boldsymbol{x}$. (Невідоме число $\boldsymbol{x}$ входить у зменшуване)

- Як знайти невідоме зменшуване? (Щоб знайти невідоме зменшуване, треба до різниці додати від'ємник)

(Учитель записує на дошці, а учні - в зошиті: 18+***x***=10+36) – це складне рівняння І типу.

- Прочитайте це рівняння. (Сума чисел 18 і ***x*** дорівнює сумі чисел 10 і 36)

- Ми такі рівняння навчилися розв'язувати раніше. Що тепер треба знайти? (Треба знайти суму чисел 10 і 36)

(Вчитель на дошці, а учні в зошиті записують: 18 + ***x*** = 46).

- Прочитайте одержане рівняння. (Сума чисел 18 і ***x*** дорівнює 44)

- Розв'яжіть самостійно це рівняння і виконайте перевірку. (Учні виконують). Прочитайте, якому числу дорівнює невідоме ***x*. (*x = 28*)**

Запис у зошиті

(18 + ***x***) – 36 =10

18 + x =10 + 36

18 + ***x*** = 46

x = 46 - 18

x = 28

(18+28) – 36 =10 - підстановки

(18+28)-36 = 46 – 36 = 10-значення виразу у лівій частині

10 = 10 – правильна рівність

- Поясніть, як виконали перевірку розв'язання рівняння?

- Замість ***x*** підставили його значення 28 у ліву частину рівняння. Сума чисел 18

і 28 дорівнює 46. 46 мінус 36, буде 10. У лівій частині - 10, у правій частині - 10.

Отже, рівняння розв'язане правильно.

Складемо пам'ятку для розв'язування складених рівнянь:

1. Визнач останню дію.

2. Назви компоненти і результат дії.

3. Визнач невідоме.

4. Згадай правило, про знаходження невідомого, знайди невідомий компонент. (запиши це) Зведи дане рівняння до простого.

5. Розв’яжи просте рівняння.

6. Зроби перевірку:

- підстановка;
- зведення до рівності.

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕРІВНОСТЕЙ

Розв'язування нерівностей у початкових класах не є обов'язковою вимогою програми. Нерівності розглядають у порядку ознайомлення і можуть не включатися в контрольні роботи. Вправи з нерівностями виступають здебільшого як цікаві завдання на порівняння виразу із змінною з даним числом, або виразом. Розв'язуючи нерівності здебільшого обмежуються кількома значеннями змінної, при яких утворюється правильна нерівність, або формулюють завдання: знайти всі числові значення букви, при підставленні яких нерівність буде правильною.

➢ Розв'язування нерівностей.

Запис, у якому два числа або числові вирази з'єднані знаком „>" (більше) або „<" (менше), називається **нерівністю**: $x < 5$, $10 – x > 2$, $8 < 18$.

Розглянемо методику роботи над розв'язуванням нерівностей зі змінною.

Нерівності можна розв'язувати трьома способами: способом підбору, способом зведення до рівності, спосіб порівняння двох виразів.

Розглянемо перший спосіб - ***спосіб підбору***. При цьому важливо допомагати учням встановлювати межі для змінної (відрізок чисел).

1. Знайдіть деякі значення ***x***, при яких нерівність 20-***x***<5 буде правильною.

- Підбираємо такі числа, при підстановці яких різниця 20 ***і x*** була б менша 5.

- Встановимо межі значень ***x,*** для яких можна знайти різницю.

- Найбільше значення ***x***, при якому різниця існує – це число 20. Отже, ***x*** може приймати значення: 0, 1, 2, 3, …, 20.

- Досліджуємо різницю для чисел лівого і правого кінців встановленої межі.

Робимо випробовування.

- *Якщо* ***x =*** 0, то 20 - ***x*** = 20 – 0 = 20, 20<5 – ні. Отже, ***x*** =0 – не підходить. Тому числа лівого кінця не підходять.

- Якщо $x = 20$, то $20 – x$ =2 0 – 20 = 0, 0<5 - так. Отже, $x = 20$ підходить. Тому числа правого кінця підходять.

- Записуємо деякі розв'язки для нерівності.

- Тоді результати будуть такі: x = 20, 19, 18.

Завдання 741 (М. 4кл.)

- При яких значення букви справджується нерівність?

$20 – a < 15$

- Встановимо відрізок чисел для змінної a (межі):

0, 1, 2, …, 20

- Будемо випробовувати числа лівого і правого кінців.

Якщо $a = 0$, то $20 – a = 20 – 0 = 20$, $20 < 15$ – Ні. Отже, $a = 0$ – не підходить. Тому числа лівого кінця не підходять.

Якщо $a = 20$, то $20 – a = 20 – 20 = 0$, $0 <15$ – Так. Отже, $a – 20$ – підходить. Тому числа правого кінця підходять.

Отже, a = 20,19, 18,(Можна стверджувати лише про деякі числа правого кінця).

Отже, **алгоритм для розв'язування нерівностей способом підбору:**

Алгоритм для розв’язання нерівностей способом підбору

1.Встановимо межі значень змінної ***x*,** при яких можна знайти різницю (суму, частку, добуток)

2. Досліджуємо різницю (суму, добуток, частку) для чисел лівого і правого кінця встановленої межі.

3. Записуємо розв'язок для нерівності.

Розглянемо другий спосіб розв'язування нерівностей - зведення до рівності.

4. x-20<5.

Прочитайте нерівність.

- Різниця чисел x і 20 менша 5.

- Згадаємо, що розв'язати нерівність означає знайти всі ті значення ***x***, при яких нерівність буде правильною. Будемо працювати за таким планом:

1) Знайдемо спочатку одне, те значення змінної, при якому різниця чисел ***x*** і 20 дорівнює 5.

а) визнач невідоме;

б) пригадай правило на знаходження невідомого компонента рівняння;

в) знайди невідоме.

- Спочатку знайдемо те значення змінної ***x***, при яких різниця чисел ***x*** і 20 буде рівна 5.Розв'язуємо просте рівняння ***x*** – 20 = 5.

x-20 = 5	- Невідоме зменшуване. Щоб знайти зменшуване,
x = 5+20	треба до різниці додати від'ємник.
X = 25	Зменшуване дорівнює 25.

2) Використаємо залежність між зміною зменшуваного і різниці.

- Якщо ***x***=25, то наша різниця (**x** і 20) рівна 5, а щоб різниця була менша 5, то треба, щоб зменшуване було менше 25, бо із зменшенням зменшуваного, при однаковому від'ємнику - різниця зменшується. Підбираємо такі числа, менші 25, при яких можлива різниця чисел ***x*** і 20. (найменше значення змінної – 20, бо 20 -20=0, а від 19 не можемо відняти 20).

3) Визнач числа, які задовільняють нерівність.

- Розв'язками нерівності є числа: 24, 23, 22, 21, 20 (***x*** =24, 23, 22, 21,20).
- **Алгоритм для розв'язування нерівностей способом зведення до рівності** такий:

- 1. Знайди значення змінної, при яких ліва частина нерівності дорівнювала б правій (зведення до рівності)
- а) визнач невідоме;
- б) пригадай правило на знаходження невідомого компонента рівняння;
- в) знайди невідоме.
- 2. Використай залежність між зміною невідомого компонента і результату дій.
- 3. Визнач числа, які задовільняють нерівність.

1. Розв’язати нерівність 107 – x <29 (трьома способами)

1) Спосіб підбору.

- Встановимо ряд чисел для змінної x (межі змінної), для яких можна знайти різницю чисел 107 і x :

  Найменше число- 0, найбільше 107. Маємо такий ряд чисел:

  0,1,2,…,107.

- Будемо випробовувати числа лівого і правого кінців (по одному числу)

  Якщо x = 0, то 107 –x = 107 – 0 = 107,107< 29 - Ні , отже, x=0 – не підходить.

  Тому числа лівого кінця не підходять.

  Якщо x = 107, то 107 – x = 107 – 107 = 0, 0< *29* – Так, отже, x = 107 – підходить.

  Тому числа правого кінця підходять.

  Отже, розв’язками нерівності є числа: 107, 106, 105 (x = 107, 106, 105)

  Знайшли декілька розв’язків нерівності.

2) Спосіб зведення до рівності.

- Спочатку знайдемо те значення змінної x, для якого різниця чисел 107 і x дорівнює 29.

  Тобто розв’яжемо рівняння:

  107 – x= 29

  x = 107 – 29

  x= 78

- Якщо x= 78, то різниця 107 і x дорівнює 29, а щоб різниця була менша за 29 треба від’ємник збільшувати (бо із збільшенням від’ємника різниця зменшується)

  Найменше число 79, а найбільше число, для якого можна знайти різницю – 107.

  Отже, x = 79, 80,…, 107.

  Знайшли всі розв’язки нерівності.

Розглянемо **третій спосіб** розв’язування нерівності-**спосіб порівняння двох виразів.** Цей спосіб використовують рідше, тому його розглядаємо як додатковий.

Алгоритм розв’язування нерівності, способом порівняння двох виразів

1) Запиши праву частину нерівності у вигляді виразу, (відносно виразу у лівій частині).
2) Використай залежність між невідомим компонентом лівої частини і відповідним компонентом правої частини.
3) Зроби висновок, запиши розв’язки.

107 - Х - < 29. Представимо число 29 у вигляді різниці(як у лівій частині), зі зменшуваним 107 та від’ємником □.

29 = 107 - □.

У квадратику підбираємо число за правилом знаходження від’ємника. Щоб знайти від’ємник треба від зменшуваного відняти різницю.

□ = 107 – 29

□ = 78 Отже, 29 = 107- 78

Запишемо нерівність у такому вигляді: 107 – Х < 107 – 78

Перша різниця (107 і х) менша за другу різницю (107 і 78). Зменшувані однакові. Поміркуємо про від’ємники х і 78. Якщо перша різниця (107 і Х) менша за другу то від’ємник х має бути більшим за від’ємник 78, бо із збільшенням від’ємника різниця зменшується. Отже, х = 79, 80, … , 107. Цим способом знайшли теж всі розв’язки нерівності.

Висновки. У відповідності до програми у початкових класах розглядають рівняння першого ступеня з одним невідомим. Рівняння учням трактуються як правильні рівності. Методика їх розв'язування організовується за етапами: підготовчі вправи; поняття рівняння; розв'язування простих рівнянь; розв'язування складених рівнянь. Для успішного формування навиків розв'язування рівнянь учні повинні чітко знати правила знаходження невідомих компонентів. З перших кроків навчання розв'язування рівнянь вчитель повинен привчити учнів до перевірки результатів.

Після вивчення розв'язування рівнянь, учні-початківці для закріплення уявлень про змінну вивчають нерівності. Методика розв'язування нерівностей проходить за етапами: підготовчі вправи, розв'язування нерівностей. Нерівності розв'язують трьома способами: способом підбору, зведенням до рівності та представленням до однакових виразів двох частин нерівності. Розв’язуючи нерівність способом підбору ми знаходимо лише декілька значень змінної x (2 - 3), а другим і третім способами можна знайти всі значення змінної х, тобто всі розв’язки нерівності.

ВИСНОВКИ

Введення елементів алгебри в початковий курс математики дає змогу із самого початку навчання планомірно формувати у дітей такі важливі математичні поняття, як вираз, рівність, нерівність, рівняння. Вивчення математики в початковій школі організовано за принципом від часткового до загального. Успіх подальшого вивчення алгебри залежить від рівня сформованості мислення від загального до часткового, основа якого закладається при вивченні початківцями алгебраїчного матеріалу. Адже, змінна – це символ, який узагальнює, об'єднує, інтегрує. Таким чином, ознайомлення з використанням букви як символа, що позначає будь-яке число з відомої дітям області чисел є доброю підготовкою до формування згодом в учнів поняття змінної, функції.

При *формуванні уявлень про функціональну залежність* необхідно ознайомити учнів із способами подання функцій та їх використання, із залежними та незалежними величинами, характером зміни величин. Важливим результатом ознайомлення учнів з цими питаннями є засвоєння найпростіших формул, які пов'язують такі величини, як швидкість, час і відстань; довжина, ширина і площа прямокутника; ціна, кількість і вартість, тощо.

При *формуванні і розвитку уявлень про вирази зі змінною* важливо: <u>підготувати учнів до ознайомлення зі змінною</u> (цьому служить вся система вправ на складання таблиць додавання і віднімання, вирази з „віконцями”, вправи на склад числа, вправи на доповнення, на збільшення чи зменшення заданих чисел на якесь стале число, різні ігрові вправи та задачі з пропущеними числами); <u>ознайомити з буквеним позначенням змінної</u> (буквене позначення компонента дії (доданка) вводиться під час вивчення таблиць додавання з переходом через десяток); <u>знаходити значення виразів зі змінною</u> (формується розуміння змінної, як букви у виразі, що може набувати деякої множини значень, створюється чітке уявлення про те, що вираз зі змінною не має певного значення). Розглядаючи методику роботи над *рівнянням,* слід відзначити розв'язування простих і складених рівнянь.

При розв'язуванні *нерівностей* важливо, щоб учні усвідомили три способи їх вирішення: способом підбору, зведенням до рівності та спосіб порівняння двох виразів.

При розгляді алгебраїчного матеріалу велике значення надається *розвитку саме алгоритмічного мислення* молодших школярів. Чим більше учень має „згорнутих" алгоритмів, тим менше труднощів у нього виникає при вивченні математики.

Слід відзначити, що алгоритмічне мислення є підґрунтям не лише для вивчення математики в старших класах, але й для вивчення інформатики, що на сучасному етапі набуває великого значення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1 Авдейчик Г. Групова навчальна діяльність на уроках математики в початковій школі / Г. Авдейчик // Початкове навчання та виховання. – 2012. – № 6. – С. 2–8.

2 Бакан Н. В. Уроки математики. 4 клас: посібник для вчителя / Н. В. Бакан, Н. Б. Шост. – Т. : Богдан, 2004. – 320 с.

3 Бантова. М. О. Методика викладання математики в початкових класах: навч. посібник / М. О. Бантова, Г. В. Бельтюкова, О. М. Полевщикова; за ред. Бантової М.О. – вид. 2-ге, перероб. і доп. – К. : Вища школа, 1982. – 287 с.

4 Бєлаш І. Творча робота над задачами в початкових класах / І. Бєлаш // БВПШ. – 2001. – №3. – с. 5–8.

5 Богданович М. Формування уявлень учнів про функціональну залежність / М. Богданович, Г. Лишенко, О. Хіман // Початкова школа. – 1997. – № 2. – С. 19–26.

6 Богданович М.В. Математика: підруч. для 1 кл. / М. В. Богданович. – К. : Освіта, 2002. – 128 с.

7 Богданович М.В. Математика: підруч. для 2 кл. / М. В. Богданович. – К. : Освіта, 2002. – 160 с.

8 Богданович М.В. Математика: Підруч. для 3 кл. / М. В. Богданович. – К. : Освіта, 2003. – 106 с.

9 Богданович М.В. Методика викладання математики в початкових класах: навч. посібник / М. В. Богданович, М. В. Козак, Я. А. Король. – 2-е вид., перероб і доп. – Т. : Богдан, 2001. – 368 с.

10 Богданович М.В. Урок математики в початковій школі: навчальний посібник / М. В. Богданович, Н. О. Будна, Г. П. Лишенко. – Т. : Богдан, 2004. – 280с.

11 Богданович М.В. Формування уявлень молодших школярів про вирази із змінною / М. В. Богданович, Г. П. Лишенко // Початкова школа. – 1995. – №2. – С.13–16.

12 Богданович М.В. Формування уявлень молодших школярів про вирази із змінною / М. В. Богданович, Г. П. Лишенко // Початкова школа. – 1995. – № 3. – С.9–15.

13 Богданович, М.В. Математика: підруч. для 4 кл. / М. В. Богданович. – К. : Освіта, 2004. – 159 с.

14 Будна Н.О. Довідник: Математика в схемах і таблицях: посібник для учнів 1-4 класів / Н. О. Будна, З. Л. Головко. – Тернопіль : Богдан, 1997. – 32 с.

15 Васильєва Т. Використання алгоритмів на уроках математики / Т. Васильєва // Початкова школа. – 2006. – №1. – С. 22–26.

16 Васильєва Т. Використання алгоритмічних завдань на уроках математики у 1 класі / Т. Васильєва // Початкова школа. – 2010. – №12. – С. 15–17.

17 Ганул О. Диференціація навчання / О. Ганул // Початкова школа. – 2000. – №10. – с. 11.

18 Гора Т. Диференційований підхід до розв'язування текстових задач / Т. Гора, С. Логачевська // Початкова школа. – 1998. – №1. – с. 12–22.

19 Давидова В. Розв'язування текстових задач за системою розвивального навчання Д. Б. Ельконіна / В. Давидова // Початкова освіта. – 2002. – №17.

20 Державний стандарт початкової загальної освіти // Початкова освіта. – 2004. – №19. – С.22.

21 Державний стандарт початкової загальної освіти // Початкова школа. – 2011. – №7. – С.1–20.

22 Дичко Н.Д. Конструювання та використання диференційованих завдань на етапі ознайомлення з розв'язуванням складених рівнянь / Н.Д. Дичко // Розкажіть онуку. – 2003. – №14. – С. 40–41.

23 Довженко К. Пропедевтика вивчення алгебри / К. Довженко // Початкова освіта. – 2013. – №12. – С.4–7.

24 Дудко Л. Розвязування задач з пропорційними величинами / Л.Дудко // Початкова школа. – 2006. – № 11. – С.14–17.

25 Дудко Л. Розвязування задач з пропорційними величинами / Л.Дудко, В. Московченко // Початкова школа. – 2007. – № 9–10. – С.16–17, 26–27.

26 Дюдіна О. Пізнавальна діяльність молодших школярів на уроці / О. Дюдіна, М. Дюдін // Початкова школа. – 2006. – №6. – С. 13–16.

27 Захарова А.М. Розвивальне навчання математики в початковій школі / А. М. Захарова // Педагогіка і психологія. – 2000. – №1. – С.21–24.

28 Ільчишина Т. Розв'язування текстових задач за системою розвивального навчання Д.Б.Ельконіна - В.В.Давидова / Т. Ільчишина // Початкова освіта. – 2002. – №17.– С.– 3.

29 Коваль Л. Підготовка майбутніх учителів початкової школи до використання навчальних технологій у процесі використання математики / Л. Коваль // Початкова школа. – 2004. – №11. – с. 50–54.

30 Кольяк Н. Практичне засвоєння елементів алгебри / Н. Кольяк // Початкова освіта. – 2013. – №12. – С.8–14.

31 Комар О. Організація роботи на уроках математики за інтерактивними технологіями / О. Комар // Початкова школа. – 2007. – №12. – С.26–29.

32 Корнаух Т. Інтерактивне навчання / Т. Корнаух // Початкова школа. – 2005. – №11. – с. 5.

33 Король Я. А. Математика. Методика роботи над текстовими задачами. 4 клас / Я. А. Король, І. Я. Романишин. – Тернопіль : Навч. книга – Богдан, 2003. – 184 с.

34 Король Я. А. Початкова школа. Методика роботи над матеріалом алгебраїчної пропедевтики. 1-4 класи / Я.А. Король, І.Я. Романишин. – Тернопіль : Астон, 2003. – 240 с.

35 Корчевська, О. Робота над завданнями підвищеної складності з математики в початкових класах / О. Корчевська. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2001. – 112 с.

36 Костогриз С. Використання опорних схем і таблиць на уроках математики / С.Костогриз // Початкова школа. – 2004. – № 5. – С.32–33.

37 Кравець, О. О. Знаходження невідомого дільника / О. О. Кравець // Розкажіть онуку. – 2007. – №4. – С.88–89.

38 Левикіна Н.В. Дворівневі контрольні роботи з математики для учнів 1-4 класів / Н.В. Левикіна // Початкове навчання та виховання. – 2004. – № 10. – С.13–15.

39 Логачевська С.П. Диференціація у звичайному класі: методичний посібник для вчителя / С.П. Логачевська. – К. : Заповіт, 1998. – 336 с.

40 Лодатко Є. Про математичну підготовку сучасного вчителя початкових класів / Є.Лодатко // Початкова школа. – 2006. – №1. – с. 37–41.

41 Мамзіна О. Прості і складені задачі на рух / О. Мамзіна // Початкова освіта. - 2002. - №14. – С.4.

42 Моро М. Г. Методика навчання математики в 1-3 класах: Посібник для вчителя / М. Г. Моро, А. М. Пишкало; пер. з рос. Т.М. Хмара. – К. : Рад.школа, 1979, – 376 с.

43 Московченко В. Розв’язування математичних задач на рух / В. Московченко, Л. Дудко // Початкова школа. – 2000. – № 11. – С.37– 40.

44 Московченко В. Розв'язування математичних задач на рух / В. Московченко, Л. Дудко // Початкова школа. – 2000. – № 12. – С.14–15.

45 Московченко В. Розв'язування математичних задач на рух / В. Московченко, Л. Дудко // Початкова школа. – 2001. – № 2. – С.21–23.

46 Московченко В. Розв'язування математичних задач на рух / В. Московченко, Л. Дудко // Початкова школа. – 2001. – № 3. – С.43–45.

47 Московченко В. Розв'язування математичних задач на рух / В. Московченко, Л. Дудко // Початкова школа. – 2001. – № 12. – С.42–45.

48 Назаренко Н. Диференціація самостійної роботи учнів на уроках математики / Н. Назаренко // Початкова школа. – 2011. – №6. – С.15–18.

49 Назаренко Н. Розв'язування текстових задач алгебраїчним способом / Н. Назаренко // Початкова школа. – 2011. – №2. – С.25–27.

50 Новий універсальний довідник „Хочу все знати" / М. Наумчук, В. Наумчук, О. Корчевська [та ін.]. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2001. – 176 с.

51 Овчаренко С. Розв'язування текстових задач / С. Овчаренко // Початкова освіта. – 2004. – №5. – с. 14–16.

52 Овчарова Т. Види роботи над задачею / Т. Овчарова // Початкова освіта. – 2006. – №4. – С.1–6.

53 Огнев'юк В. Організація навчально-виховного процесу у початкових класах загальноосвітніх навчальних закладів у 2006/2007 навч. році / В.Огнев'юк // Початкова школа. – 2006. – №8. – с. 5–14.

54 Позднякова Т. П. Використання творчих вправ і завдань, розвивальних ігор на уроках у початкових класах. Математичний марафон / Т. П. Позднякова // Розкажіть онуку. – 2004. – №3. – С. 115–117.

55 Полякова О. Вивчення елементів алгебри у початковому курсі математики / О. Полякова // Початкова освіта. – 2013. – №2. – С.3.

56 Приходько Р. Творча робота над задачами: Математика. 4-й клас / Р. Приходько // Початкова освіта – 2005. – №41. – с. 14–15.

57 Програми для середньої загальноосвітньої школи 1-2 класи. – К. : Початкова школа. – 2001.

58 Програми для середньої загальноосвітньої школи 3-4 класи. – К. : Початкова школа. – 2003.

59 Програми для середньої загальноосвітньої школи. 1-4 класи : Затв. МОНУ / Відпов. за вип. Щербакова Л.Ф. – К. : Початкова школа, 2007. – 432 с.

60 Романишин І. Я. Математика. Методика роботи над текстовими задачами. 3 клас / І. Я. Романишин. – Тернопіль : навчальна книга. – Богдан, 2003. – 196 с.

61 Скворцова С. Задачі на знаходження невідомого за двома різницями / С.Скворцова, Г. Мартинова // Початкова освіта. – 2004. – № 38. – С. 18–22.

62 Скворцова С. Ознайомлення із задачами на зустрічний рух / С. Скворцова // Початкова школа. – 2004. – № 10. – С. 23–25.

63 Скворцова С. Ознайомлення із задачами на зустрічний рух та рух у проилежних напрямках / С. Скворцова // Початкова школа. – 2004. – № 11. – С. 9–10.

64 Скворцова С. Ознайомлення із задачами на рух в одному напрямку на підставі прийому порівняння / С. Скворцова // Початкова школа. – 2006. – № 3. – С. 14–17.

65 Скворцова С. Ознайомлення із задачами на рух в одному напрямку на підставі прийому порівняння / С. Скворцова // Початкова школа. – 2006. – № 4. – С. 21–25.

66 Скворцова С. Складені задачі / С.Скворцова // Початкова освіта. – 2003. – № 11. – С. 7–22.

67 Ставропольцева Н. Використання блок-схем на уроках математики у 4-му класі / Н. Ставропольцева // Початкова освіта. – 2006. – № 39. – С. 4–6.

68 Стадник І. Активізація розумової діяльності учнів початкових класів на уроках математики / І.Стадник // Початкова освіта. – 2004. – № 2. – с. 13–15.

69 Сухомлинський В. Проблеми виховання всебічно розвиненої особистості: вибрані твори в 5-и томах / В. Сухомлинський. – Т. 1. – К. : Рад. шк., 1987.

70 Тартовська С. Методичні прийоми розв'язування арифметичних задач складанням виразів / С. Тартовська // Початкова школа. – 2005. – №12. – С. 18-21.

71 Творчі завдання з математики для початкової школи / уклад. К.Б. Віаніс-Трофименко. – Харків: Веста: Видавництво „Ранок”, 2002. – 112 с.

72 Тітова Г. Алгоритмічний підхід як засіб підвищення ефективності вивчення математики у початкових класах / Г. Тітова // Освіта. – 2004. – №21. – С.6–8.

73 Філер З. Формуємо алгоритмічність мислення молодших школярів на уроках математики / З. Філер // Початкова школа. – 2008. – №2. – С.52–56.

74 Черевко О. М. Довідник школяра молодших класів. 1-4 класи / О.М. Черевко. – Х : ВД „Школа”, 2003. – 288 с.

75 Чистякова, Г.Ф. Використання графічних схем при розв'язуванні задач з математики в початковій школі / Г. Ф. Чистякова // Початкове навчання та виховання. – 2006. – №10. – С.2–7.

76 Шевчук І. Використання інтерактивних технологій на уроках математики в початкових класах / І. Шевчук // Початкова школа. – 2000. – № 8. – с. 34–35.

77 Шейко В. М. Організація та методика науково-дослідницької діяльності: підручник. – 5-е вид. / В. М. Шейко, Н. М. Кушнаренко. – К. : Знання, 2006. – 307 с.

78 Шишацька Т. С. Круглі числа. Прості і складені задачі з буквеними даними: урок-подорож в країну математики / Т.С. Шишацька // БВПШ. – 2005. – № 10. – С. 87–91.

79 Шишкіна З. В. Творчі вправи з математики для початкових класів. Методичний посібник / З. В. Шишкіна. – Львів : Аверс, 2003. – 68 с.

80 Штабова Л. Навчання молодших школярів розв’язувати задачі / Л. Штабова // Початкова школа. – 2005. – №6. – С. 24–28.

81 Щербан Т.Д., Щербан Г.В. Щ61 Вивчення елементів алгебри в початковій школі: Навчальний посібник / Т.Д. Щербан, Г.В. Щербан. – К. : Кондор- Видавництво, 2015. – 278 с.

82 Щербан Г.В. Складені задачі: методика розв’язування. Методичні рекомендації для самостійної роботи студентів з курсу «Методика викладання математики в початкових класах» – Мукачево : МДУ, 2015 – 60с.

83 Юхименко Л. Якою має бути математика в початковій школі? / Л. Юхименко // БВПШ. – 2003. – №5. – С. 41–44.

84 Яромчик, Т. Розв'язування задач на пропорційну залежність / Т. Яромчик // Початкова освіта. – 2006. – № 4. – С. 19–21.

85 Forgács Tiborné Tudáspróbák, felmérések: Matematika 3. oszt / Tiborné Forgács, Magdolna Györfi. - Dinasztia tankönyvkiadó, 1999. – 34 ol.

Навчально – методичне видання

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ І НЕРІВНОСТЕЙ В ПОЧАТКОВОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

Методичні рекомендації для самостійної роботи студентів з дисципліни «Алгебраїчна та геометрична пропедевтика в курсі математики початкової школи»

для студентів денної та заочної форм навчання

спеціальності 7.01010201 «Початкова освіта»

Віддруковано у редакційно-видавничому відділі МДУ
89600 м. Мукачево
вул. Ужгородська, 26
тел. 2-11-09

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції Серія ДК № 4916 від 16.06.2015 р.