

УДК 373.3.016:512(045)

**ФОРМУВАННЯ УЯВЛЕНЬ ПРО ЗМІННУ ВЕЛИЧИНУ ЯК ЧИННИК АЛГЕБРАЇЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ**

Ліба О.М., Радик Е.В.

**FORMATION OF PERCEPTIONS ABOUT VARIABLE VALUE AS A FACTOR OF ALGEBRAIC COMPETENCE OF JUNIOR SCHOOLCHILDREN**

Liba Oksana, Radik Elvira

*У статті проаналізовано основні напрямки опрацювання алгебраїчного матеріалу в початковій школі. Охарактеризовано зміст початкового курсу математик, який викладений і засвоєний на різних ступенях глибини, виокремлено типи вправ на формування понять про рівність, нерівність, буквену символіку, вирази, рівняння, нерівності. З'ясовано, що формування поняття про натуральне число, числовий вираз, опрацьовується у тісному зв'язку з вивченням арифметичних дій протягом усього навчання.*

**Ключові слова:** алгебраїчні поняття, рівняння, нерівність, арифметичні дії, алгебраїчна компетентність.

*The article analyzes the main directions of processing algebraic material in primary school. The content of the initial course of math, which is presented and mastered at different levels of depth, is characterized, the types of exercises for the formation of concepts of equality, inequality, letter symbolism, expressions, equations, inequalities are distinguished. Emphasis is placed on the need to introduce elements of algebra in mathematics education, as it contributes to the generalization of concepts about numbers, arithmetic operations and relations and at the same time prepares children to study algebra in the next grades. Students get basic information about mathematical expressions, numerical equations and inequalities, get acquainted with letter symbols, solve problems with letter data and learn to solve the simplest equations and inequalities. It was found that the formation of the concept of a natural number, a numerical expression, is worked out in close connection with the study of arithmetic operations throughout training.*

**Key words:** algebraic concepts, equations, inequality, arithmetic operations, algebraic competence.

Математична освіта – важлива складова загальноосвітньої підготовки. Місце математики в системі шкільної освіти визначено її роллю в інтелектуальному і соціальному розвитку особистості. Компетентнісний підхід у шкільному навчанні є інноваційним засобом його модернізації. Це зумовлено проблемами досягнення більш якісної освіти не загалом для системи, а для кожного учня. Компетентнісна освіта – спроба вийти за межі традиційної парадигми навчання, коли результатом вважається система знань, умінь і навичок учня, а не його здатність діяти. Тому коротко можна визначити, що компетентнісна освіта – особистісно-діяльнісна. Звичний результат навчання: «знаю що...», змінюється у напрямі «знаю як...» [1].

Відповідно до навчальної програми початковий курс математики містить елементи алгебри. Учні I-IV класів повинні отримати початкові відомості про математичні вирази, числові рівності і нерівності, ознайомитися з буквеною символікою, навчитися розв'язувати нескладні рівняння і нерівності, набути умінь розв'язувати деякі прості і складені задачі за допомогою рівнянь [1, с. 67]. Алгебраїчний матеріал учні вивчають, починаючи з I класу, в тісному зв'язку з арифметичним і геометричним матеріалом. Введення елементів алгебри сприяє узагальненню понять про число, арифметичні дії, відношення і водночас готує дітей до вивчення алгебри в наступних класах.

Над цією проблемою працювали провідні педагоги та науковці. Зокрема,

психологічний аспект проблеми дослідження розглянуто у працях М.Я. Вигодського. У наукових пошуках М.В. Богдановича, М.В. Козака, Л.П. Кочиної, Н.П. Листопад актуалізовано теоретичні аспекти методики вивчення алгебраїчного матеріалу. Методичні основи процесу формування алгебраїчних навичок широко і різнобічно обґрунтовано у дослідженнях О. П. Приймак, М.І. Покровського, В.О. Хроборта, С.О. Скворцової [2, с.70]. Вченими підкреслюється, що робота над проблемою визначення шляхів формування ключових та предметних компетентностей на уроках математики є актуальною та практично значущою в даний час. Саме математична освіта покликана зробити вагомий внесок у формування ключових компетентностей учнів як загальних цінностей, що базуються на знаннях, досвіді, здібностях, набутих завдяки навчанню. Отримані у школі знання та сформовані вміння і навички є, безперечно, важливими, але нині особливої актуальності набуває компетентність учня в різних галузях знань.

Метою роботи є теоретичне обґрунтування та розкриття послідовності формування уявлень про змінну в учнів початкової школи на уроках математики.

Початковий курс математики є цілісним навчальним предметом. Він складається із понять, суджень (істинних висловлювань про ці поняття), елементарних доведень. Його змістом є теорія, що розкриває зв'язки між властивостями реальних об'єктів, відношеннями і математичними поняттями.

Математичні поняття є результатом узагальнення, який відображає загальні суттєві і відмінні (особливі) ознаки та властивості предметів або об'єктів. Вони існують у мисленні учнів у вигляді знаків і символів, які утворюють математичну мову. Уведення елементів алгебри сприяє узагальненню понять про число, арифметичні дії, відношення і водночас готує дітей до вивчення алгебри в наступних класах. Школярі одержують початкові відомості про математичні вирази, числові рівності і нерівності, ознайомлюються з буквеною символікою, розв'язують задачі з буквеними даними, вчать розв'язувати найпростіші рівняння і нерівності, набувають початкових умінь роботи над задачею на одну дію за допомогою рівнянь, у них відбувається формування перших уявлень про функціональну залежність [2]. Рівень сформованості алгебраїчних понять в учнів початкових класів визначається не тільки повнотою розкриття змісту або формулюванням означення, але умінням правильно оперувати поняттями, тобто підводити під них нові об'єкти, бачити узагальнені суттєві ознаки поняття в нових умовах.

Для міцного й осмисленого засвоєння знань дуже важливо ознайомлювати школярів не лише з одиничними поняттями, а й їхніми групами, класами, розкривати зв'язки підпорядкування, тобто підводити до їх вивчення у певній системі.

Упорядкована система алгебраїчних понять має відносно елементарний характер і відображає об'єкти у їхніх взаємозв'язках і взаємозалежностях на доступному для учнів молодших класів рівні. Тому під час формування алгебраїчних понять слід звернути увагу на послідовність їхнього вивчення.

Спочатку вивчають поняття про числовий вираз, його формують у тісному зв'язку з вивченням арифметичних дій. Роботу над виразами проводять в такій послідовності: а) формування уявлень про найпростіші вирази (сума та різниця двох чисел) та введення виразів на дві дії ( $4+2 + 6$ ;  $15-3- 4$ ;  $8 + 4- 2$ ); б) вирази на дві дії першого ступеня із застосуванням дужок ( $13- (4 + 3)$ ;  $17- (10 - 3)$ ;  $7+ (4-1)$ ); в) вирази на дві дії першого і другого ступенів, знаходження числових значень яких виконують в порядку наступності дій ( $15 : 3 + 8$ ;  $2 \cdot 6 - 5$ ;  $6:2 - 8$ ); г) вирази на дві дії першого і другого ступенів, знаходження числових значень яких спирається на правила порядку виконання арифметичних дій  $20 - 16:2$ ;  $24 : (3 \cdot 2)$ , вирази на три і більше дій ( $9 \cdot 8 + 9:3$ ;  $4038 \cdot 97- 2460 : 60$ ) [3].

Корисними для засвоєння порядку виконання дій у виразах є завдання типу: знайдіть значення виразів, у яких останньою є дія віднімання; розставте дужки так, щоб рівності були правильними, та ін.

Підготовка до введення змінної починається у неявній формі вже у процесі складання

таблиць додавання і віднімання в межах першого десятка. В таблицях додавання перший доданок змінюється, а другий - сталий, у таблицях віднімання змінним є зменшуване, а сталим - від'ємник.

Закріпленню поняття виразу сприяє запровадження розв'язування задач шляхом складання виразу. Після засвоєння учнями змісту задачі і встановлення шляхів її розв'язування визначають дії, встановлюють їх послідовність. Кожну дію лише записують, але обчислення не виконують. Вираз, складений для першої дії, буде одним із компонентів другої дії; другий вираз (ускладнений) буде одним із компонентів третьої дії і т. д. В результаті отримують числовий вираз, який відображає весь хід розбору задачі і показує послідовність дій для її розв'язування [4].

Важливим компонентом методики формування уявлень про змінну в початкових класах є введення буквеної символіки. У процесі виконання завдання на знаходження значень виразів зі змінною формується розуміння змінної як букви у виразі, що може набувати деякої множини значень. В учнів має сформуватися чітке уявлення про те, що вираз зі змінною не має певного значення. Цілеспрямованість роботи, наростання ускладнень у знаходженні значень виразів із змінною визначається, в основному, системою вправ з підручника

- На дошці записано вирази:  $14 - b$ ;  $b \cdot 6$ ;  $29 + b$ ;  $16 : b$  і значення букви  $b = 4$ :
  - прочитайте вирази з дошки, даючи назву кожному числу;
  - знайдіть значення першого виразу, якщо  $b=4$ , Прочитайте його. ( $14-4=10$ );
  - знайдіть значення інших виразів, якщо  $b=4$ .
- У комплексній змінній таблиці викладено картки із записом добутку чисел 4-а, знаків «+» і «=» число 12;
  - складіть вираз з добутку чисел 4 і а та числа 12, використовуючи знак «плюс».

У комплексній змінній таблиці викладено картки із зображенням виразів і слів: ділене дільник.

Ділене	$60 - a$	$a - 24$	$50 - a$	$a - 9$
Дільник	3	2	2	3

- За даними таблиці складіть вирази. Знайдіть їх значення при  $a=36$ . Прочитайте його.

2-ий клас. Знайди значення виразу  $3 \cdot a + 17$ , якщо  $a = 9$ .

Знайди значення виразів, якщо  $a = 6$ :  $a + 59$ ;  $43 - a$ ;  $100 - (71 - a)$ .

3-ий клас. Новим є: використання різних букв латинського алфавіту для позначення змінної; розгляд виразів, у яких змінна повторюється, та виразів із двома змінними; ускладнення виразів зі змінними відповідно новому матеріалу з арифметики. З новими буквами латинського алфавіту школярі ознайомлюються за текстами підручника.

4-ий клас. Знайди значення виразів  $a + b$  і  $b - a$ , якщо  $a = 338$ ,  $b = 507$ .

Записати різницю таких чисел: зменшуване  $k$ , а від'ємник виражений часткою чисел  $b$  і 10. Знайди значення різниці, якщо  $k = 200$ ,  $b = 180$ .

У цьому завданні потрібно не тільки знайти значення виразу, а й попередньо скласти його.

Знайди значення виразу  $a : 6 + 60$  для поданих у таблиці значень  $a$ :

a	0	54	72	360	600	960
$a:6+60$						

При ознайомленні з буквеними виразами учнів початкових класів не усвідомлюють як треба користуватися буквеною символікою. Вони і не можуть усвідомити, бо, щоб оцінити силу алгебри, треба знати алгебру. Та все ж і в початковій школі можна знайти способи відкрити учням значимість алгебраїчного апарату. Одним із таких способів є проведення паралелі між роботою над арифметичними задачами та алгебричними виразами. Важливе значення в цьому плані відіграють зокрема, завдання підвищеної складності та задач з буквеними даними які допомагають учням глибше усвідомити процес розв'язування задач та значення букви як змінної, сприяють вмінню складати і записувати результат задач виразом.

Поняття рівняння тісно пов'язане з поняттям виразу, змінної, рівності. Ознайомлення з

рівняннями ґрунтується на двох вправах, поданих нижче.

Вправа 1. Обчисли значення виразу із змінною  $x+2$ , якщо  $x=4$ .  $x+2=4+2=6$ ; тобто за якого значення змінної  $x$  вираз  $x+2$  буде дорівнювати 6?

Вправа 2.  $13 - x = 8$ ,  $x + 5 = 10$ ,  $x - 1 = 4$ . У кожному із цих випадків  $x=5$ .

Це - рівняння. Розв'язати його означає знайти те числове значення букви, за якого рівність буде правильною. У початковій школі у спосіб складання рівнянь розв'язують лише прості задачі. Для першого ознайомлення із ними доцільно взяти подану нижче задачу.

Задача. Михайлик і Андрійко знайшли 10 грибів. Михайлик знайшов 6 грибів. Скільки грибів знайшов Андрійко? Відповідаючи на поставлені вчителем запитання, учні повторюють задачу (бесіда). За умовою задачі Михайлик і Андрійко знайшли 10 грибів, а сам Михайлик – 6 грибів. Нам невідомо, скільки грибів знайшов Андрійко. Позначимо кількість грибів, які знайшов Андрійко, буквою  $x$ .

Якщо Михайлик знайшов би 6 грибів, а Андрійко – 3 гриби, то як треба було б записати: скільки всього грибів зібрали діти? (Треба до числа 6 додати 3). Правильно. Однак у задачі сказано, що Михайлик знайшов 6 грибів, а Андрійко -  $x$ . Як записати, скільки всього грибів знайшли діти? ( $6+x$ ). Чому дорівнює за умовою задачі  $6+x$ ? (10). Отже, як запишемо рівняння? ( $6+x=10$ ).

Для первинного закріплення учні під керівництвом учителя розв'язують такі задачі:

1. Задумане число зменшили на 12 й отримали 36. Яке число задумали?
2. До задуманого числа додали 30 й отримали 63. Знайдіть задумане число.

Позначте задумане число буквою  $x$ , а потім складіть і розв'яжіть рівняння.

Розв'язування нерівностей у початкових класах не регламентоване обов'язковою вимогою програми. Нерівності розглядають для ознайомлення з ними. А це означає, що такі завдання не включають до контрольних робіт. Вправи з нерівностями здебільшого є цікавими завданнями на порівняння виразу зі змінною з даним числом. Термін «розв'язати нерівність» не вводять, бо переважно обмежуються кількома значеннями змінної, за яких утворюється правильна нерівність. Нерівності зі змінною розглядають наприкінці вивчення табличного множення і ділення, їх теж розв'язують за допомогою методу добору (усно) [5].

Традиційно вважають, що в початкових класах учні розв'язують багато однорідних вправ, порівнюють їх, знаходять спільні ознаки, формулюють висновки й узагальнення. Проте у навчанні молодших школярів узагальнення нерідко відбувається й на основі розв'язку одного-двох прикладів чи конкретної задачі, яка є прикладом певного виду задач. У такий спосіб учні ознайомлюються, зокрема, з алгоритмами арифметичних дій, з деякими новими видами задач.

У 2 і 3 класах узагальнюються випадки дій, пов'язаних з числами 1 і 0:  $a \cdot 1 = a$ ;  $a : a = 1$ ;  $a : 1 = a$ ;  $a + 0 = a$ ;  $a - a = 0$ ;  $0 - a = 0$ ;  $0 : a = 0$ . Застосування буквеної символіки допомагає дітям давати правильні пояснення. Наприклад, для випадку  $a \cdot 0 = 0$ : при множенні числа на нуль отримуємо нуль, тому  $0 - 0 = 0$ . Буквене позначення зв'язків між компонентами результатами арифметичних дій. У початковій школі опрацьовують задачі на знаходження невідомого компонента. Наприклад, розглянемо таку задачу: На будівництво завезли  $k$  мішків цементу. Витратили 300 кг цементу, і залишилося  $c$  мішків. Про що дізнаємося, обчисливши вираз:  $300 : (k - c)$ . Зв'язки між компонентами і результатами дій широко використовуються для перевірки правильності обчислень. Учитель з'ясовує, що отримаємо, коли добуток поділимо на один з множників, і робить узагальнення: «Якщо  $a \cdot b = c$ , то чому дорівнює частка  $c : a$ ? Частка  $c : b$ ?» [3, с. 76]. Формуванню поняття «змінна» повинна сприяти робота над рівняннями та нерівностями. Єдиний підхід до їх розв'язання забезпечить розуміння букви як символу змінної. Завдяки цьому в більшій мірі буде забезпечуватись наступність у роботі початкових класів і 5-6 класів школи.

Це означає, що буквені записи виступають не як вищий рівень узагальнення, а як лаконічний засіб розкриття властивостей. У підручнику в буквеному записі подано такі властивості:  $a + v = b + a$  — переставний закон додавання;  $a + b + c = a + (b + c)$  — сполучний

закон додавання;  $a - (b + c)$ ,  $(a - b) - c$  – записи про властивість різниці, пов’язаної з різними способами обчислення зазначених виразів;  $a \cdot b = b \cdot a$  — переставний закон множення;  $a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$  – сполучний закон множення;  $(a + b + c) \cdot k = a \cdot k + b \cdot k + c \cdot k$  – розподільний закон множення відносно додавання;  $c \cdot (a - b) = c \cdot a - c \cdot b$  – розподільний закон множення відносно віднімання. З основними властивостями арифметичних дій у практичному плані учні мають справу неодноразово, тому їх буквене узагальнення не викликає ускладнень [5, с. 40]. Проте слід мати на увазі, що в кінці навчального року матеріал подається в довідково-описовому вигляді. Це матеріал для побудови вчителем зв’язної розповіді, тому його не варто пропонувати учням для заучування. Отже, у процесі формування курсу або дидактичної системи питань, відібраних з різних галузей математики, основою курсу є арифметика цілих невід’ємних чисел, навколо якої об’єднуються елементи з алгебри, подані змістовою лінією «Математичні вирази. Рівності. Нерівності». На конкретних прикладах розкриваються поняття про вирази – числові та зі змінною; рівності – числові, рівняння, формули; нерівності – числові та зі змінною [3, с. 72]. Таким чином, ми розглянули окремі питання формування в учнів початкової школи уявлень про змінну величину як чинник алгебраїчної компетентності молодших школярів.

Перспективу подальших досліджень вбачаємо у визначенні інноваційних методів навчання математики в початковій школі.

#### Список використаних джерел

1. Бібік Н. Компетентність і компетенції в результатах початкової освіти. *Початкова школа*. 2010. №9.
2. Водоп’янова Н.В. Робота з алгебраїчним матеріалом. *Початкова школа*. 2001. № 6. С. 66-72.
3. Вознесеньська Л. М. Розвиток творчої особистості учнів засобами математичних ігор. *Математика в школах України*. 2008. № 15. С. 34-37.
4. Газдун М. І. Як учити молодших школярів розв’язувати задачі. *Початкова школа*. 2004. № 11. С. 70-78.
5. Гословська І. Г., Скворцова С. О. Формування позитивної мотивації навчання в молодших школярів на уроках математики. *Наука і освіта*. 2000. № 6. С. 18-24.

#### References

1. Bibik, N., 2010. Kompetentnist i kompetentsii v rezultatakh pochatkovoї osvity [Competence and competencies in the results of primary education]. *Elementary School*, 9.
2. Vodop’yanova, N. V., 2001. Robota z alhebrayichnym materialom [Working with algebraic material]. *Elementary School*, 6, pp. 66-72.
3. Voznesens'ka, L. M., 2008. Rozvytok tvorchoyi osobystosti uchniv zasobamy matematychnykh ihor [Development of creative personality of students by means of mathematical games]. *Mathematics in schools of Ukraine*, 15, pp. 34-37.
4. Hazdun, M. I., 2004. Yak uchyty molodshykh shkolyariv rozv'yazuvaty zadachi [How to teach younger students to solve problems]. *Elementary School*, 11, pp. 70-78.
5. Hoslovs'ka, I. H. and Skvortsova, S. O., 2000. Formuvannya pozytyvnoyi motyvatsiyi navchannya v molodshykh shkolyariv na urokakh matematyky [Formation of positive motivation to learn in junior high school students in mathematics lessons]. *Science and education*, 6, pp. 18-24.



# МУКАЧІВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

89600, м. Мукачево, вул. Ужгородська, 26

тел./факс +380-3131-21109

Веб-сайт університету: [www.msu.edu.ua](http://www.msu.edu.ua)

E-mail: [info@msu.edu.ua](mailto:info@msu.edu.ua), [pr@mail.msu.edu.ua](mailto:pr@mail.msu.edu.ua)

Веб-сайт Інституційного репозитарію Наукової бібліотеки МДУ: <http://dspace.msu.edu.ua:8080>

Веб-сайт Наукової бібліотеки МДУ: <http://msu.edu.ua/library/>